
RRB

ENGINEERING

MATHEMATICS

GRADE-I SIGNAL

प्रधान सम्पादक

आनन्द कुमार महाजन

लेखन एवं संकलन


सौरभ खरे

कम्प्यूटर ग्राफिक्स

बालकृष्ण त्रिपाठी एवं विपिन शर्मा

सम्पादकीय कार्यालय

12, चर्च लेन, प्रयागराज-211002

 9415650134

Email : yctap12@gmail.com

website : www.yctbooks.com/www.yctfastbook.com/www.yctbooksprime.com

© All Rights Reserved with Publisher

प्रकाशन घोषणा

प्रधान सम्पादक एवं प्रकाशक आनन्द कुमार महाजन ने E:Book by APP YCT BOOKS, से मुद्रित करवाकर, वाई.सी.टी. पब्लिकेशन्स प्रा. लि., 12, चर्च लेन, प्रयागराज के लिए प्रकाशित किया।

इस पुस्तक को प्रकाशित करने में सम्पादक एवं प्रकाशक द्वारा पूर्ण सावधानी बरती गई है
फिर भी किसी त्रुटि के लिए आपका सुझाव एवं सहयोग सादर अपेक्षित है।

किसी भी विवाद की स्थिति में न्यायिक क्षेत्र प्रयागराज होगा।

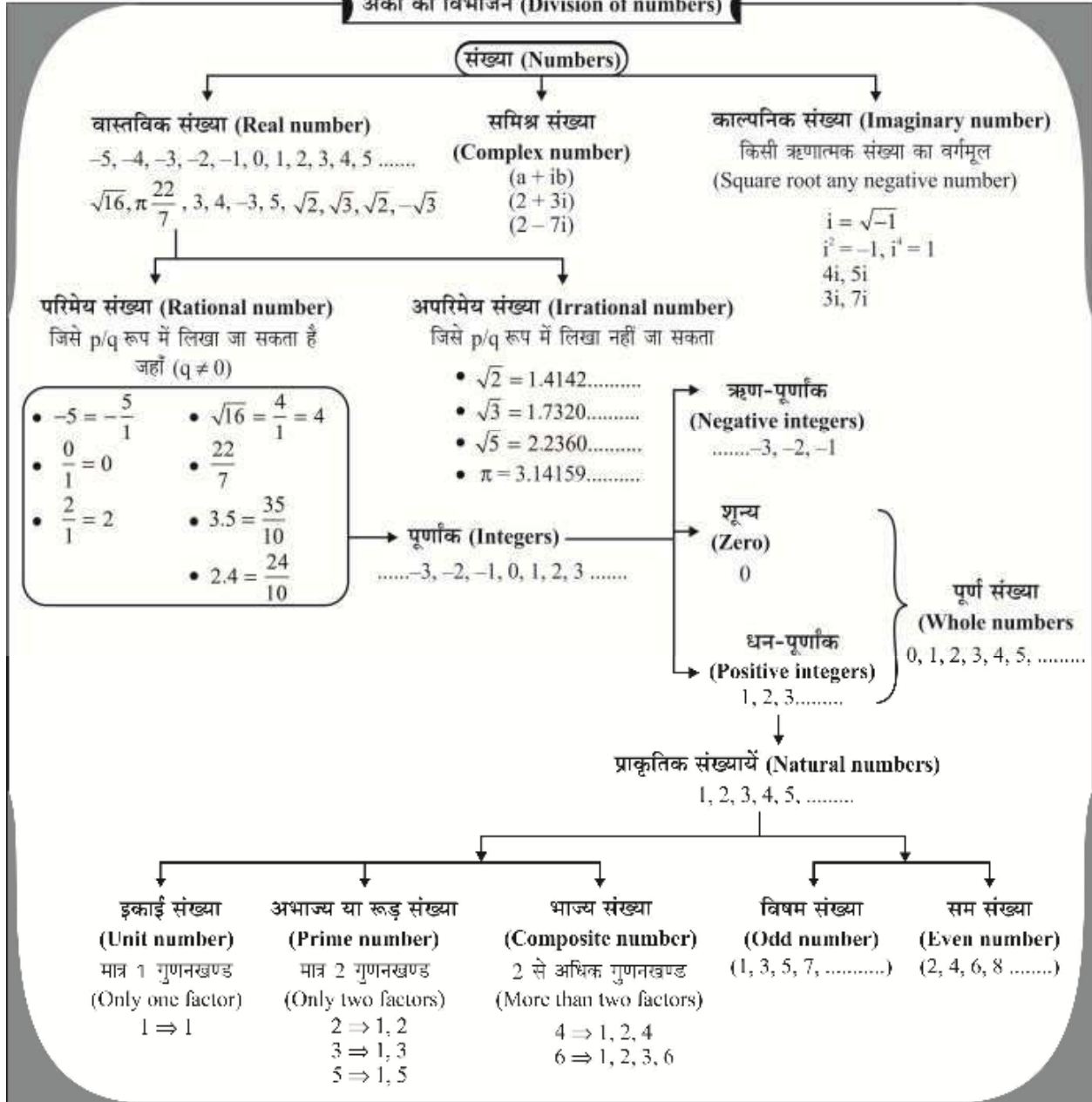
विषय-सूची

- संख्या पद्धति : परिमेय तथा अपरिमेय संख्याएँ, BODMAS नियम
(Number System : Rational & Irrational numbers, BODMAS Rule)3-42
- ज्यामिति : पाइथागोरस प्रमेय, समरूप और सर्वांगसम त्रिभुज
(Geometry : Pythagoras Theorem, Similarity & Congruency of Triangle)43-64
- निर्देशांक ज्यामिति
(Co-ordinate Geometry)65-77
- क्षेत्रमिति : क्षेत्रफल और आयतन
(Mensuration : Area & Volume) 78-100
- बीज गणित : द्विघात समीकरण और श्रेणी
(Algebra : Quadratic Equation & Series) 101-121
- त्रिकोणमिति : त्रिकोणमिति अनुपात तथा ऊँचाई और दूरी
(Trigonometry : Trigonometric Ratio and Height & Distance) 122-146
- समुच्चय सिद्धांत
(Set Theory : Sets and their representations, Empty set, Finite and infinite sets, Equal sets, Subsets, Subsets of a set of real numbers, Universal set, Venn diagrams, Union and intersection of sets, Difference of sets, Complement of a set, Properties of Complement) 147-158
- सांख्यिकी : केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप, अपकिरण की माप, विस्तार, माध्य विचलन, प्रसरण, मानक विचलन
(Statistics : Measurement of Central Tendency, Measures of Dispersion : Range, Mean deviation, Variance and standard Deviation of Ungrouped/ grouped data)..... 159-199
- क्रमचय, संचय और प्रायिकता
(Permutation, Combination & Probability : Occurrence of Events, Exhaustive events, Mutually Exclusive Events).....200-224

संख्या पद्धति

(परिमेय तथा अपरिमेय संख्याएँ, BODMAS नियम)

अंकों का विभाजन (Division of numbers)

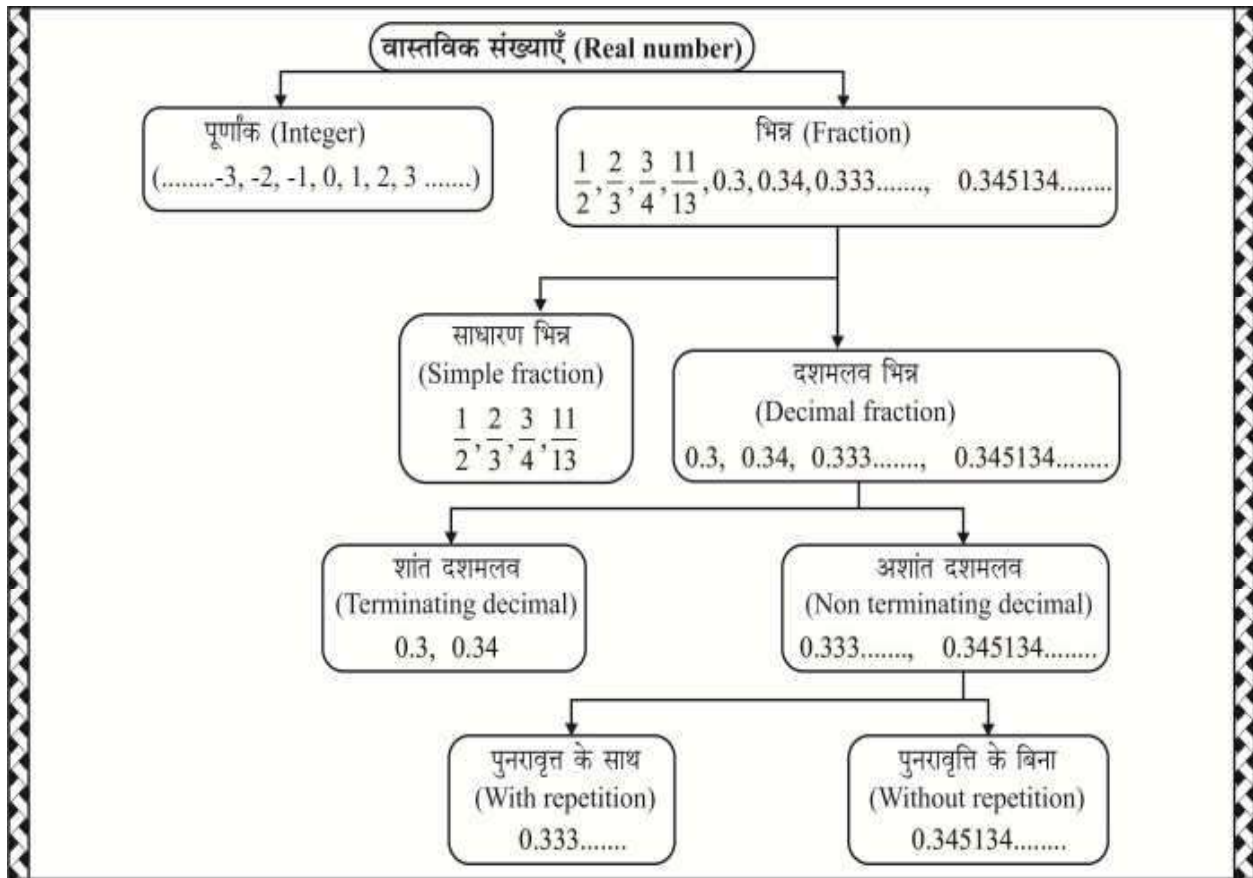


सह-अभाज्य/अपेक्षाकृत अभाज्य संख्या (Co-prime/Relatively prime number)

☞ संख्याओं का ऐसा युग्म जिसका म.स.प. 1 होता है, सह-अभाज्य संख्या कहलाती है। (A pair of numbers which H.C.F. (Highest common factor) is 1, is called co-prime number) Ex. (2, 3), (3, 4), (3, 5), (6, 7), (8, 11).

जुड़वा-अभाज्य संख्या (Twin-prime number)

☞ अभाज्य संख्याओं का ऐसा युग्म जिसमें 2 का अंतर होता है, जुड़वा-अभाज्य संख्या कहलाती है। (A pair of prime numbers in which the difference is two is called twin prime number) Ex. (3, 5), (5, 7), (11, 13)



☞ पुनरावृत्ति के साथ वाले दशमलव को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

अभाज्य या रूढ़ संख्याओं की पहचान

■ माना 'a' कोई दी गयी संख्या है तथा 'n' वह छोटी से छोटी प्राकृतिक संख्या है।

जहाँ, $n^2 \geq a$

अब दी गयी संख्या को 'n' तथा इससे छोटी प्रत्येक अभाज्य संख्या से विभक्त करके देखे। यदि इनमें से किसी भी संख्या से 'a' पूर्णतः विभक्त नहीं होता है तब 'a' एक अभाज्य संख्या होगी, अन्यथा नहीं।

Ex. 241 का परीक्षण

$$241 \Rightarrow 16^2 \geq 241$$

16 से छोटी अभाज्य संख्याएँ = 2, 3, 5, 7, 11, 13

∴ 241, 16 से छोटी किसी भी अभाज्य संख्या से विभक्त नहीं है।

∴ 241 अभाज्य संख्या है।

Ex. 437 का परीक्षण-

$$437 \Rightarrow 21^2 \geq 437$$

21 से छोटी अभाज्य संख्याएँ

$$= 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,$$

∴ 437, 19 से पूर्णतः विभाज्य है।

∴ 437 एक भाज्य संख्या है।

संख्या पद्धति

अभाज्य संख्याओं की संख्या

1-10 के बीच अभाज्य संख्या	4
1-50 के बीच अभाज्य संख्या	15
1-100 के बीच अभाज्य संख्या	25
1-200 के बीच अभाज्य संख्या	46
1-1000 के बीच अभाज्य संख्या	168

☞ प्रथम अभाज्य संख्या = 2

☞ प्रत्येक अभाज्य संख्या को $(6k \pm 1)$ के रूप में लिखा जा सकता है। लेकिन प्रत्येक $(6k \pm 1)$ आवश्यक रूप से अभाज्य संख्या नहीं हो सकती है।

Ex. $(6 \times 2 - 1) = 13$ अभाज्य संख्या (Prime number)

$25 = (6 \times 4 + 1)$ भाज्य संख्या (Composite number)

विभाजिता के नियम

2, 4, 8 तथा 16 की विभाजिता

■ **2 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या का इकाई (अंतिम) का अंक या तो '0' हो या 2 से विभाज्य हो तो वह संख्या 2 से विभाज्य होगी।

Ex. 8570, 7242, 9376

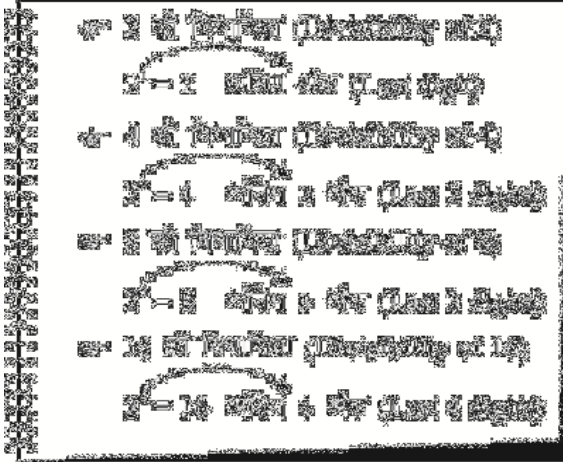
- **4 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या के अन्तिम दो अंक (इकाई, दहाई) या तो '00' हो या 4 से विभाज्य हो तो वह संख्या 4 से विभाज्य होगी।

Ex. 8700, 6924, 6376

- **8 की विभाजिता**:- यदि किसी संख्या के अन्तिम तीन अंक (इकाई, दहाई, सैकड़ा), या तो '000' या 8 से विभाज्य हो, तो संख्या 8 से विभाज्य होगी। Ex. : 73000, 975416

- **16 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या के अन्तिम चार अंक (इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार), या तो '0000' या 16 से विभाज्य हो, तो संख्या 16 से विभाज्य होगी।

Ex. 630000, 948464



3 तथा 9 की विभाजिता

- **3 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य है तो वह संख्या 3 से विभाज्य होगी।

Ex. 78141

$$\Rightarrow \frac{7+8+1+4+1}{3} = \frac{21}{3} = 7 \text{ (विभाज्य)}$$

अतः संख्या 78141, 3 से विभाज्य होगी।

Ex. 246753

$$\Rightarrow \frac{2+4+6+7+5+3}{3} = \frac{27}{3} = 9 \text{ (विभाज्य)}$$

अतः संख्या 246753, 3 से विभाज्य होगी।

- **9 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या के अंकों का योग 9 से विभाज्य है तो वह संख्या 9 से विभाज्य होगी।

Ex. 764352

$$\Rightarrow \frac{7+6+4+3+5+2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (विभाज्य)}$$

अतः संख्या 764352, 9 से विभाज्य होगी।

Ex. 432432

$$\Rightarrow \frac{4+3+2+4+3+2}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (विभाज्य)}$$

अतः संख्या 432432, 9 से विभाज्य होगी।

- ☞ 3 और 9 की विभाजिता में, योग के स्थान पर 'अंकीय योग' (Digital sum) का प्रयोग कर सकते हैं।

अंकीय योग- यह केवल शेषफल की स्थिति है जब इसे 9 से विभाजित किया जाता है। अर्थात् अंकों का योग 9 होना चाहिए। 9 से अधिक होने पर अंको को आपस में जोड़ देते हैं।

Ex. 10 Digitalsum 1 0 1

11 Digitalsum 1 1 2

84 Digitalsum 8 4 12 1 2 3

786 Digitalsum 7 8 6 21 2 1 3

☞ उन सभी अंकों को काट दें जिनका योग 9 है।

☞ एक पूर्ण वर्ग संख्या का डिजिटल योग 0 या 9, 1, 4, 7 है।

☞ अंश संख्या में डिजिटल योग की गणना करने के लिए हमेशा डिनोमिनेटर में डिजिटल योग 1 बनाएं।

हर	गुणक	अंकीय योग
4	$4 \times 7 = 28$	1
7	$7 \times 4 = 28$	1
5	$5 \times 2 = 10$	1
2	$2 \times 5 = 10$	1
8	$8 \times 8 = 64$	1

Note- यदि किसी संख्या का हर 3, 6 या 9 है, तो अंकीय योग के लिए 1 नहीं बना सकते हैं।

5, 10, 25 और 100 की विभाजिता

- **5 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 0 या 5 है तो वह संख्या 5 से विभाज्य होगी।

Ex. 24520, 28735

- **10 की विभाजिता** :- यदि किसी संख्या का इकाई का अंक शून्य है तो वह संख्या 10 से विभाज्य होगी।

Ex. 570120, 4567890

- **25 की विभाजिता**:- यदि किसी संख्या के अंतिम दो अंक (दहाई, इकाई) 25, 50, 75 या 00 हो तो वह संख्या 25 से विभाज्य होगी।

Ex. 8725, 68750, 931275, 8600

- **100 की विभाजिता**:- यदि किसी संख्या के अंतिम दो अंक (दहाई, इकाई) 00 हो तो वह संख्या 100 से विभाज्य होगी।

Ex. 689200

- **7 की विभाजिता**:- किसी संख्या के इकाई के अंक को छोड़कर शेष बची, संख्या से इकाई के अंक के दुगने को घटाने पर प्राप्त संख्या यदि 7 से विभाज्य है तो वह संख्या 7 से विभाज्य होगी। बड़ी संख्याओं के लिए यह क्रिया बार-बार दोहराते हैं।

Ex. 343

$$\begin{array}{r} 343 \\ -61 \\ \hline 28 \end{array} \Rightarrow \frac{28}{7} = \text{पूर्णांक}$$

अतः 343, 7 से विभाज्य है।

Ex. 383838

$$\begin{array}{r} 38383 \overline{) 8} \\ \underline{16} \\ 3836 \overline{) 7} \\ \underline{14} \\ 382 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 37 \overline{) 8} \\ \underline{16} \\ 21 \Rightarrow \frac{21}{7} = 3 \text{ पूर्णांक} \end{array}$$

अतः 383838, 7 से विभाज्य है।

- **11 की विभाजिता**—: यदि किसी संख्या के समस्थानों के अंकों योग, विषम स्थानों के अंकों का योग, का अंतर या तो शून्य हो या 11 का गुणज हो, तो वह संख्या 11 से विभाज्य होगी।

Ex. $\overline{352143}$

समस्थानों का योग = 4 + 2 + 3 = 9

विषम स्थानों का योग = 3 + 1 + 5 = 9

$$\Rightarrow |9 - 9| = 0$$

अतः संख्या 352143, 11 से पूर्णतः विभक्त होगी।

Ex. $\overline{71940}$

समस्थानों का योग = 4 + 1 = 5

विषम स्थानों का योग = 0 + 9 + 7 = 16

$$\Rightarrow \frac{|5 - 16|}{11} = 1 \text{ (पूर्ण संख्या)}$$

अतः संख्या 71940, 11 से पूर्णतः विभक्त होगी।

7, 11 और 13 की विभाजिता

- किसी संख्या के दाहिने तरफ से 3-3 अंकों के जोड़े बनाये। समस्थानों के युग्मों का योग तथा विषम स्थानों के युग्मों का योग का अंतर निकालें—
- ☞ यदि अंतर 0 आयेगा तो संख्या 7, 11 और 13 से विभाज्य होगी।
- ☞ यदि अंतर 7, 11 और 13 में से जिस-जिस से विभाज्य होगी तब संख्या भी उसी से विभाज्य होगी।

Ex. 786786

$$786 \overline{) 786} = |786 - 786| \Rightarrow 0$$

अतः संख्या 7, 11 और 13 से विभाज्य होगी।

Ex. 1001

$$001 \overline{) 001} = |001 - 001| \Rightarrow 0$$

अतः संख्या 7, 11 और 13 से विभाज्य होगी।

Ex. 786730

$$786 \overline{) 730} = |786 - 730|$$

$$\Rightarrow 56 \text{ (7 से विभाज्य)}$$

अतः संख्या 7 से विभाज्य होगी।

Ex. 5786

$$005 \overline{) 786} = |005 - 786|$$

$$\Rightarrow 781 \text{ (11 से विभाज्य)}$$

अतः संख्या 11 से विभाज्य होगी।

Ex. 91689

$$091 \overline{) 689} = |091 - 689|$$

$$\Rightarrow 598 \text{ (13 से विभाज्य)}$$

अतः संख्या 13 से विभाज्य होगी।

Ex. 786709

$$786 \overline{) 709} = |786 - 709|$$

$$\Rightarrow 77 \text{ (7 और 11 से विभाज्य)}$$

अतः संख्या 7 और 13 से विभाज्य होगी।

- जब कोई संख्या किसी अन्य संख्या से विभाज्य है, तो वह उस (अन्य) संख्या के गुणनखण्ड से भी विभाज्य होगी।

Ex. 48, 12 से विभाज्य है। (48 is divisible by 12)

तब 12 के गुणनखण्ड (1, 2, 3, 4, 6, 12) से भी 48 विभाज्य होगा।

- जब कोई संख्या दो या दो से अधिक सहअभाज्य संख्याओं से विभाज्य हो तो वह संख्या उनके गुणनफल से भी विभाज्य होगी।

Ex. 12, 2 तथा 3 से विभाज्य है।

$$\therefore (2, 3) \rightarrow \text{सहअभाज्य संख्याएं हैं।}$$

$$\therefore 12, (2 \times 3) \text{ से भी विभाज्य होगा।}$$

- जब कोई संख्या, दी गयी किन्हीं दो संख्याओं का गुणनखण्ड हो, तो वह संख्या उन दो संख्याओं के योग और अंतर का भी गुणनखण्ड होगी।

Ex. \therefore 6, 30 का गुणनखण्ड है।

तथा 6, 18 का गुणनखण्ड है।

तब 6, $\{(30 + 18) = 48\}$ और $\{(30 - 18) = 12\}$ का गुणनखण्ड होगा।

- जब कोई संख्या, किसी अन्य संख्या का गुणनखण्ड है, तो वह संख्या, उस (अन्य) संख्या के गुणज का भी गुणनखण्ड होगी।

Ex. \therefore 4, 12 का गुणनखण्ड है। (4 is factor of 12)

तब 4, 12 के गुणज (12, 24, 36,) का भी गुणनखण्ड होगा।

- ☞ यदि कोई संख्या एक अंक की 6 बार पुनरावृत्ति से बनी है। तो वह 3, 7, 11, 13, 37 से विभाज्य होगी।

Ex. (111111), (222222), (333333)

- ☞ यदि कोई संख्या दो अंकों की तीन बार पुनरावृत्ति से बनी है तो वह 3, 7, 13, 37 से विभाज्य होगी।

Ex. 383838, 171717, 595959

- ☞ यदि किसी संख्या में 3, 6, 9 या 12 (3 के गुणज) में बार समान अंकों की पुनरावृत्ति होती है तो वह संख्या 3 तथा 37 से विभाज्य होगी।

Ex. (111), (222222), (333333333), (444444444444)

स्थानीयमान तथा जातीयमान

स्थानीयमान—: किसी दी गयी संख्या में किसी अंक का स्थानीयमान उसके स्थान का वर्णन करता है।

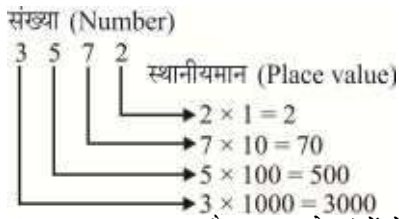
Ex. संख्या 7345724 में 7 का स्थानीयमान है—

$$7345724$$

$$\rightarrow 7 \times 100 = 700$$

$$\rightarrow 7 \times 1000000 = 7000000$$

Ex.

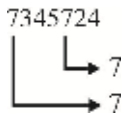


Ex. 'ग्यारह हजार ग्यारह सौ ग्यारह' को अंकों में लिखो-

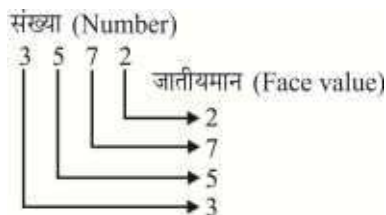
$$\begin{array}{r} 11000 \\ 1100 \\ + 11 \\ \hline 12111 \end{array}$$

जातीयमान (Face value)—: किसी संख्या में किसी अंक का जातीय मान उसका अपना मान है। इसका मान स्थान पर निर्भर नहीं करता है।

Ex. संख्या 7345724 में 7 का जातीयमान है-

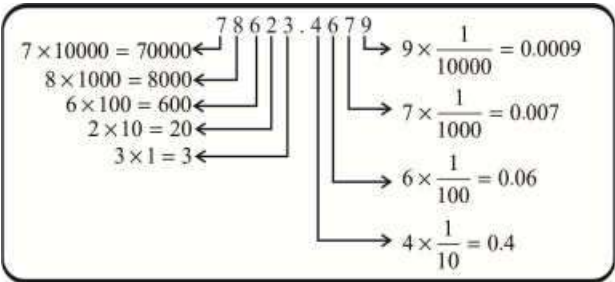


Ex.

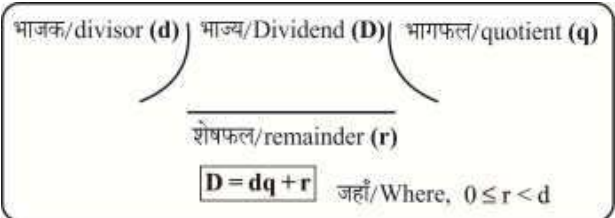


☞ शून्य का स्थानीयमान के साथ-साथ जातीय मान भी शून्य होता है।

दशमलव संख्या का स्थानीय मान



संख्याओं में भाग संक्रियाएँ



Ex. वह संख्या ज्ञात करो जिसे 15 से भाग देने पर भागफल 14 और शेषफल 13 प्राप्त हो?

Solve- $D = dq + r$

$$D = 15 \times 14 + 13$$

$$D = 223$$

Ex. किसी संख्या को जब 11 तथा 5 से उत्तरोत्तर भाग दिया जाता है, तो शेषफल क्रमशः 2 तथा 3 बचता है, उसी संख्या को 55 से भाग देने पर शेषफल कितना प्राप्त होगा?

Solve- $\therefore 11 \times 5 = 55$

11 और 5, 55 के गुणनखण्ड हैं

$$\therefore D = 11 \times 3 + 2$$

$$D = 35$$

Ex. जब दो अलग-अलग संख्याओं को किसी भाजक से भाग देने पर शेषफल क्रमशः 547 एवं 349 आता है। जब उसी भाजक से दोनों संख्याओं के योग में भाग दें तो शेषफल 211 आता है, भाजक ज्ञात कीजिए?

Solve-

$$\text{माना, प्रथम भागफल} = q_1$$

$$\text{द्वितीय भागफल} = q_2$$

$$\text{उभयनिष्ठ भाजक} = d$$

$$\therefore \text{प्रथम संख्या} = dq_1 + 547$$

$$\text{द्वितीय संख्या} = dq_2 + 349$$

$$\text{then, } \frac{dq_1 + 547 + dq_2 + 349}{d} \quad \text{Remainder } 211$$

$$\therefore d = 547 + 349 - 211$$

$$d = 685$$

Ex. किसी संख्या को 441 से भाग देने पर शेषफल 40 बचता है। उसी संख्या को 21 से भाग देने पर शेषफल कितना बचेगा?

Solve-

$\therefore 21, 441$ का एक गुणनखण्ड है

$$\therefore \frac{40}{21} \quad \text{Remainder } 19$$

अतः शेषफल 19 होगा।

Ex. किसी संख्या को 231 से भाग देने पर शेषफल 45 बचता है। उसी संख्या को 17 से भाग देने पर शेषफल कितना होगा?

Solve-

$\therefore 17, 231$ का गुणनखण्ड नहीं है।

\therefore शेषफल ज्ञात नहीं किया जा सकता है।

इकाई का अंक (Unit digit)

■ किसी संख्या का अंतिम अंक, इकाई का अंक कहलाता है।

$$4364357$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$763 + 542 \Rightarrow 1305$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$765 + 849 \Rightarrow 1614$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$763 - 542 \Rightarrow 221$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$765 - 347 \Rightarrow 418$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$765 - 947 \Rightarrow -182$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$$765 - 943 \Rightarrow -178$$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

- घटाव वाले प्रश्नों में इकाई का अंक निकालते समय बड़ी संख्या में से छोटी संख्या को घाते हैं।
- प्राप्त उत्तर का अंतिम अंक, इकाई का अंक होगा। प्राप्त उत्तर धनात्मक या ऋणात्मक हो सकता है लेकिन इकाई का अंक नहीं।

इकाई का अंक निकालना जब संख्या में घात लगी हो

- जब किसी संख्या का इकाई अंक (0, 1, 5, 6) हो तो उस पर कोई भी घात हो तब उसका इकाई का अंक वही होगा।

$(1530)^{999}$	$(761)^{799}$
↳ इकाई का अंक (Unit digit)	↳ इकाई का अंक (Unit digit)
$(765)^{557}$	$(786)^{447}$
↳ इकाई का अंक (Unit digit)	↳ इकाई का अंक (Unit digit)

- जब किसी संख्या का इकाई का अंक (2, 3, 4, 7, 8, 9) हो तथा उस पर कोई घात हो तब इकाई का अंक निकालना—

- घात के अंतिम दो अंकों को 4 से भाग देकर शेषफल प्राप्त करते हैं।

घात के अंतिम दो अंक

$\frac{4}{\text{शेषफल (Remainder)}} \Rightarrow 1, 2, 3, 0$

शेषफल	घात
1	1
2	2
3	3
0	4

$[172]^{4125}$

$\frac{25}{4} \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 1 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 1$

$2^1 \Rightarrow 2$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$[978]^{8798}$

$\frac{98}{4} \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 2 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 2$

$8^2 \Rightarrow 64$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$[567]^{8799}$

$\frac{59}{4} \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 3 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 3$

$7^3 \Rightarrow 343$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

$[6543]^{9972}$

$\frac{72}{4} \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 0 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 4$

$3^4 \Rightarrow 81$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

जब संख्या N! के रूप में हो

- जब घात n! के रूप में हो

(When the power is in the form of n!)-

$1! = 1$ $\frac{n!}{4} \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 0 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 4$

$2! = 2 \times 1$

$3! = 3 \times 2 \times 1$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ जहाँ/Where, $n! \geq 4$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4!$

\vdots

$n! = n(n-1)!$

Ex. 992^{786}

$\therefore 786! > 4! \xrightarrow{\text{शेषफल (Remainder)}} 0 \xrightarrow{\text{घात (Power)}} 4$

$\therefore 2^4 = 16$

↳ इकाई का अंक (Unit digit)

- जब संख्या n! के गुणनफल के रूप में हो—

संख्या	0!	1!	2!	3!	4!
इकाई का अंक	1	1	2	6	4

- 5! और 5! से अधिक इकाई का अंक 0 देता है।

5 के गुणन का इकाई का अंक

- $5 \times$ विषम संख्या (Odd number) इकाई का अंक $\rightarrow 5$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 1 = 5$ इकाई का अंक $\rightarrow 5$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 3 = 15$ इकाई का अंक $\rightarrow 5$ (Unit digit)

- $5 \times$ सम संख्या (Even number) इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 2 = 10$ इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 4 = 20$ इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

- $5 \times$ विषम संख्या (Odd number) \times सम संख्या (Even number) इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 1 \times 2 = 10$ इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

Ex. $5 \times 3 \times 4 = 60$ इकाई का अंक $\rightarrow 0$ (Unit digit)

- किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 या 9 हो सकता है, लेकिन यदि किसी संख्या का इकाई का अंक 0, 1, 4, 5, 6 या 9 हैं, तो आवश्यक नहीं कि वह पूर्ण वर्ग संख्या होगी।

शून्य स्थान शून्यों की पगड़ंडी

- शून्य का निर्माण 5 एवं 2 के युग्म (Pair) से होता है अर्थात् 5 तथा 2 का गुणनफल करने पर हमें शून्य की प्राप्ति होती है।
- किसी भी प्रश्न में 5 एवं 2 के जितने जोड़े होंगे उतने ही शून्य का निर्माण होता है। इसलिए प्रश्नों को हल करने के लिए 5 एवं 2 की घातो को देखा जाता है और जिसका घात कम होता है उतने ही शून्य का निर्माण होता है।

☞ $5 \times 2 = 10$	$5^1 \times 2^1 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 1 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 1$
☞ $25 \times 4 = 100$	$5^2 \times 2^2 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 2 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 2$
☞ $125 \times 4 = 500$	$5^3 \times 2^2 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 2 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 2$ (Which power less)
☞ $25 \times 8 = 200$	$5^2 \times 2^3 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 2 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 2$ (Which power less)
☞ $125 \times 8 = 1000$	$5^3 \times 2^3 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 3 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 3$

Ex. $25 \times 16 \times 5$ को गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य होंगे?

Sol. $25 \times 16 \times 5$
 $\Rightarrow 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$
 $\Rightarrow 5^3 \times 2^4$
 $5^3 \times 2^3 \xrightarrow{\text{Nu. of pair}} 3 \xrightarrow{\text{No. of zero}} 3$
 (Which power less)

Ex. $300 \times 400 \times 24 \times 25$ का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य होंगे?

Sol. $300 \times 400 \times 24 \times 25$
 $\Rightarrow 3 \times 4 \times 24 \times 25 \times 10000$
 $\Rightarrow 3 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 10000$
 $\Rightarrow 2^5 \times 5^2 \times 3^2 \times 10000$
 $2^3 \times 5^2 \times 3^2 \times 10000$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 (00) \qquad \qquad (0000)
 शून्यों की संख्या = 6

Ex. 1 से लेकर 60 तक सभी प्राकृतिक संख्याओं का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 25 \times \dots \times 50 \times \dots \times 60$
 $\frac{60}{5} = 12$
 $\frac{12}{5} = 2$ $12 + 2 = 14$ (शून्य)

- ☞ दिए गये प्रश्न में यह स्पष्ट है कि गुणनफल करने पर 5 की घात की संख्या 2 की अपेक्षा कम प्राप्त होती है।
- ☞ जब भागफल 5 से कम हो तब भाग देना बन्द कर देते हैं।

Ex. 1 से लेकर 100 तक की सभी संख्याओं का गुणा करने पर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 25 \times \dots \times 50 \times \dots \times 75 \times \dots \times 100$
 $\Rightarrow \frac{100}{5} = 20$
 $\frac{20}{5} = 4$ $20 + 4 = 24$ (शून्य)

Ex. 1 से लेकर 500 तक सभी प्राकृतिक संख्याओं का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 25 \times \dots \times 50 \times \dots \times 100 \times \dots \times 500$
 $\frac{500}{5} = 100$
 $\frac{100}{5} = 20$
 $\frac{20}{5} = 4$ $100 + 20 + 4 = 124$ (शून्य/Zeros)

Ex. 1 से लेकर 1000 तक की सभी संख्याओं का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 25 \times \dots \times 50 \times \dots \times 100 \times \dots \times 1000$
 $\frac{1000}{5} = 200$
 $\frac{200}{5} = 40$
 $\frac{40}{5} = 8$
 $\frac{8}{5} = 1$ $200 + 40 + 8 = 249$ (शून्य)

Ex. 80 तक की सभी सम संख्याओं का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 80$
 $\frac{80}{10} = 8$
 $\frac{8}{5} = 1$ $8 + 1 = 9$ (शून्य)

☞ सम संख्याओं के गुणनफल में, पहली बार भाग 10 से करते हैं, इसके बाद 5 से।

Ex. 51 से लेकर 100 तक की सभी संख्याओं का गुणन करने पर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $51 \times 52 \times 53 \dots \dots \dots 100$
 $\Rightarrow [1 \times 2 \times 3 \dots \dots \dots 100] - [1 \times 2 \times 3 \dots \dots \dots 50]$
 $\Rightarrow \frac{100}{5} = 20$ $\frac{50}{5} = 10$
 $\frac{20}{5} = 4$ $\frac{10}{5} = 2$
 $\Rightarrow [20 + 4 = 24]$ $[10 + 2 = 12]$
 $\Rightarrow [24] - [12] = 12$ (शून्य)

Ex. 96! को हल करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आयेगे।

Sol. $96! = 96 \times 95 \times 94 \times \dots \times 1$
 $\frac{96}{5} = 19$
 $\frac{19}{5} = 3$ $19 + 3 = 22$ (शून्य)

Ex. 9860! को हल करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आयेगे।

Sol. $9860! = 9860 \times 9859 \times \dots \times 1$

$$\therefore \frac{9860}{5} = 1972$$

$$\frac{1972}{5} = 394$$

$$\frac{394}{5} = 78$$

$$\frac{78}{5} = 15$$

$$\frac{15}{5} = 3$$

$$\Rightarrow 1972 + 394 + 78 + 15 + 3 = 2462 \text{ (शून्य)}$$

Ex. 1 से लेकर 100 तक विषम संख्याओं का गुणन करने पर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11 \times \dots \times 99$

“शून्यों की संख्या शून्य होगी”

☞ दिये गये प्रश्न में सभी संख्याएँ विषम हैं। कोई भी संख्या 2 से विभाजित नहीं होगी इसलिये इन संख्याओं के गुणनफल में 2 का कोई भी अंक नहीं आयेगा। अतः दिए गये प्रश्न के गुणनफल के अन्त में एक भी शून्य प्राप्त नहीं होगा।

Ex. 100 तक अभाज्य संख्याओं का गुणा करने पर दाहिने ओर कितने शून्य आएंगे?

Sol. $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times \dots \times 97$

$$\Rightarrow 2 \times 5$$

$$\Rightarrow 2^1 \times 5^1$$

$$= \text{शून्य की संख्या} = 1$$

Ex. $(1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99) \times 8$ के गुणनखण्ड के अंत में दाहिने ओर कुल कितने शून्य आयेंगे।

$$(1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99) \times 8.$$

Sol. $(1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 99) \times 8$

$$(5 \times 15 \times 25 \times 35 \times \dots \times 95) \times 8$$

{5 और 2 के जोड़े के लिए}

$$\Rightarrow 5^{12} \times 2^3$$

$$5^2 \times 2^1 \xrightarrow{\text{No. of pair} \rightarrow 3} \xrightarrow{\text{No. of zero} \rightarrow 3}$$

(Which power less)

Ex. शून्यों की संख्या ज्ञात करो।

$$(3^{123} - 3^{122} - 3^{121}) (2^{121} - 2^{120} - 2^{119})$$

Sol. $(3^{123} - 3^{122} - 3^{121}) (2^{121} - 2^{120} - 2^{119})$

$$3^{121} (3^2 - 3^1 - 3^0) 2^{119} (2^2 - 2^1 - 2^0)$$

$$3^{121} (9 - 3 - 1) 2^{119} (4 - 2 - 1)$$

$$3^{121} (5) 2^{119} (1)$$

$$2^{119} \times 3^{121} \times 5^1$$

$$2^{119} \times 5^1 \times 3^{121}$$



No. of pair 1 \rightarrow no. of zero - 1

Ex. यदि $100!$ को 3^n से पूर्णतः विभाजित किया जाए तो n का अधिकतम मान होगा—

Sol. $100! = 100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 1$

$$\frac{100}{3} \quad 33$$

$$\frac{33}{3} \quad 11$$

$$\frac{11}{3} \quad 3$$

$$\frac{3}{3} \quad 1$$

$$\Rightarrow 33 + 11 + 3 + 1 = 48$$

$$\text{अतः } n = 48$$

Ex. यदि $122!$, 6^n से पूर्णतः विभाज्य हो तो n का अधिकतम मान होगा—

Sol. $\frac{122!}{6} \quad \frac{122!}{2 \cdot 3}$

2 और 3 का जोड़ा बनाने के लिए, 3 की घात कम होगी

$$\frac{122}{3} \quad 40$$

$$\frac{40}{3} \quad 13$$

$$\frac{13}{3} \quad 4$$

$$\frac{4}{3} \quad 1$$

$$\Rightarrow 40 + 13 + 4 + 1 = 58$$

$$\text{अतः } n = 58$$

Ex. यदि $123!$, 12^n से पूर्णतः विभाज्य हो तो n का अधिकतम मान होगा—

Sol. $\frac{123!}{12^n} \quad \frac{123}{3 \cdot 2^2} \quad \frac{123}{3} \quad 41 \quad \frac{123}{2} \quad 61$

$$\frac{123!}{3^{59} \cdot 2^{117}} \quad \frac{41}{3} \quad 13 \quad \frac{61}{2} \quad 30$$

$$\frac{123!}{3^{59} \cdot 2^{58} \cdot 2^1} \quad \frac{13}{3} \quad 4 \quad \frac{30}{2} \quad 15$$

$$\frac{123!}{3^{59} \cdot 4^{58} \cdot 2^1} \quad \frac{4}{3} \quad 1 \quad \frac{15}{2} \quad 7$$

$$\text{अतः/Hence } n = 58 \quad \text{Sum} = 59 \quad \frac{7}{2} \quad 3$$

$$\frac{3}{2} \quad 1$$

$$\text{Sum} = 117$$

गुणनखण्डों की संख्या

गुणनखण्ड

गुणनखण्ड धनात्मक पूर्णांक होते हैं, जो किसी संख्या को पूर्णतः विभाजित कर सकते हैं।

Ex. 12 के गुणनखण्ड

1, 2, 3, 4, 6, 12

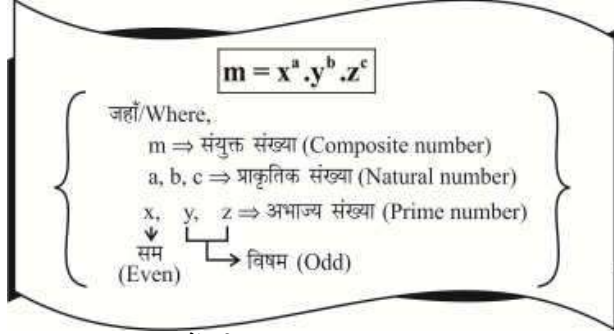
☞ 12 के गुणज

12, 24, 36, 48,

गुणनखण्डों को ज्ञात करना

- किसी भी संख्या को उसके अभाज्य गुणनखण्डों के रूप में लिखना।

Ex. $12 = 2^2 \times 3^1$
 $72 = 2^3 \times 3^2$
 $90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$



- कुल गुणनखण्डों की संख्या :- $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$
- विषमगुणन खण्डों की संख्या :- $(b + 1)(c + 1)$
- सम गुणनखण्डों की संख्या :- $a(b + 1)(c + 1)$
- सभी गुणनखण्डों का योग :-
 $(x^0 + x^1 + x^2 + \dots + x^a) \times (y^0 + y^1 + y^2 + \dots + y^b) \times (z^0 + z^1 + z^2 + \dots + z^c)$
- विषम गुणनखण्डों का योग :- $(y^0 + y^1 + \dots + y^b) \times (z^0 + z^1 + z^2 + \dots + z^c)$
- सम गुणनखण्डों का योग :- $(x^1 + x^2 + x^3 + \dots + x^a) \times (y^0 + y^1 + \dots + y^b) \times (z^0 + z^1 + z^2 + \dots + z^c)$
- सभी गुणनखण्डों का गुणा :- $(x \cdot y \cdot z)^{\text{Total no. of factors}/2}$
- संख्या n के गुणनखण्डों के व्युत्क्रमों का योग =

$$\frac{\text{गुणनखण्डों का योग}}{n}$$

- औसत = $\frac{\text{गुणनखण्डों का योग}}{\text{गुणनखण्डों की संख्या}}$

12 के विभिन्न गुणनखण्डों के लिए

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

- कुल गुणनखण्डों की संख्या-

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$(2+1) \times (1+1)$$

$$3 \times 2 = 6$$

- विषम गुणनखण्डों की संख्या-

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$(1+1) = 2$$

- सम गुणनखण्डों की संख्या-

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$2 \times (2+1) \times (1+1)$$

$$(Even) \quad (2) \times (2) = 4$$

- सभी गुणनखण्डों का योग -

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2)(3^0 + 3^1)$$

$$= (1 + 2 + 4)(1 + 3)$$

$$= 7 \times 4 \Rightarrow 28$$

- विषम गुणनखण्डों का योग-

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$\Rightarrow (3^0 + 3^1)$$

$$1 + 3 \Rightarrow 4$$

- ☞ विषम गुणनखण्डों के योग के लिए, सम गुणनखण्डों को छोड़ देते हैं।

- सम गुणनखण्डों का योग -

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$\Rightarrow (2^1 + 2^2)(3^0 + 3^1)$$

$$\Rightarrow (2 + 4)(1 + 3)$$

$$\Rightarrow 6 \times 4$$

$$\Rightarrow 24$$

- ☞ सम गुणनखण्डों के योग के लिए, 2^0 से प्रारम्भ नहीं करते हैं।

- सभी गुणनखण्डों का गुणा-

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$\text{Product of all factors of } N = N^{\text{Total no. of factors}/2}$$

$$= 12^{\frac{6}{2}}$$

$$= 12^3$$

$$12 = 2^2 \times 3^1$$

$$(2+1) \times (1+1)$$

$$3 \times 2 = 6$$

- 864 के ऐसे कितने गुणनखण्ड हैं, जो 6 के गुणन हों।

Sol. $864 = 2^5 \times 3^3$

$$864 = 2 \times 3 [2^4 \times 3^2]$$

$$- 6 [2^4 \times 3^2]$$

$$(4-1)(2+1)$$

$$\Rightarrow 5 \times 3$$

$$\Rightarrow 15$$

- $2^7 \times 3^8 \times 5^9 \times 7^{10}$ के ऐसे कितने गुणनखण्ड है, जो पूर्ण वर्ग हैं।

Sol. $2^7 \times 3^8 \times 5^9 \times 7^{10}$

$$\Rightarrow [(2^2)^3 \times 2 \times (3^2)^4 \times (5^2)^4 \times 5 \times (7^2)^5]$$

$$= 2 \times 5 [(2^2)^3 \times (3^2)^4 \times (5^2)^4 \times (7^2)^5]$$

$$\Rightarrow (3+1) \times (4+1) \times (4+1) \times (5+1)$$

गुणनखण्डों की संख्या = $4 \times 5 \times 5 \times 6 \Rightarrow 600$

- $2^6 \times 3^8 \times 5^{10} \times 7^{12}$ के ऐसे कितने गुणनखण्ड हैं जो पूर्ण घन हैं।

Sol. $2^6 \times 3^8 \times 5^{10} \times 7^{12}$

$$\Rightarrow (2^3)^2 \times (3^3)^2 \times 3^2 \times (5^3)^3 \times 5 \times (7^3)^4$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 5 [(2^3)^2 \times (3^3)^2 \times (5^3)^3 \times (7^3)^4]$$

$$\Rightarrow (2+1) \times (2+1) \times (3+1) \times (4+1)$$

$$\Rightarrow 3 \times 3 \times 4 \times 5$$

$$\Rightarrow 180$$

- $2^6 \times 3^{15} \times 5^{35} \times 7^{42}$ के ऐसे कितने गुणनखण्ड हैं जो पूर्ण वर्ग के साथ-साथ पूर्ण घन भी हैं।

Sol. $2^6 \times 3^{15} \times 5^{35} \times 7^{42}$

वर्ग के लिए घात = 2

घन के लिए घात = 3

ल.स.प. = 6

$$\Rightarrow [(2^6)^1 \times (3^6)^2 \times 3^3 \times (5^6)^5 \times 5^5 \times (7^6)^7]$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 5^2 [(2^6)^1 \times (3^6)^2 \times (5^6)^5 \times (7^6)^7]$$

$$\Rightarrow (1-1) \times (2-1) \times (5+1) \times (7+1)$$

$$\Rightarrow [2 \times 3 \times 6 \times 8]$$

$$\Rightarrow [6 \times 6 \times 8]$$

$$\Rightarrow [36 \times 8]$$

$$\Rightarrow 288$$

- $2^5 \times 3^6 \times 5^4$ के सभी गुणनखण्डों का योग ज्ञात कीजिए, जो पूर्ण वर्ग हो।

Sol. $2^5 \times 3^6 \times 5^4$

$$\Rightarrow [2^0 + 2^2 + 2^4] [3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6] [5^0 + 5^2 + 5^4]$$

$$\Rightarrow [1 + 4 + 16] [1 + 9 + 81 + 729] [1 + 25 + 625]$$

$$\Rightarrow [21] \times [820] \times [651]$$

$$\Rightarrow 11210220$$

- $2^5 \times 3^6 \times 5^4$ के सभी गुणनखण्डों का योग ज्ञात कीजिए जो पूर्ण घन हो।

Sol. $2^5 \times 3^6 \times 5^4$

$$\Rightarrow [2^0 + 2^3] [3^0 + 3^3 + 3^6] [5^0 + 5^3]$$

$$\Rightarrow [1 + 8] [1 + 27 + 729] [1 + 125]$$

$$\Rightarrow [9] [757] [126]$$

$$\Rightarrow 858438$$

- 90 के सभी गुणनखण्डों के व्युत्क्रम का योग ज्ञात कीजिए।

Sol. संख्या n के गुणनखण्डों के व्युत्क्रमों का योग =

$$\frac{\text{गुणनखण्डों का योग}}{n}$$

$$90 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\Rightarrow \frac{2^0 \ 2^1 \ 3^0 \ 3^1 \ 3^2 \ 5^0 \ 5^1}{90}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \ 2 \ 1 \ 3 \ 9 \ 1 \ 5}{90}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \ 13 \ 6}{90}$$

$$\Rightarrow \frac{39 \ 6}{90}$$

$$\Rightarrow \frac{234}{90}$$

$$\Rightarrow 2.6$$

- 144 के सभी गुणनखण्डों का औसत ज्ञात करो।

Sol. औसत = $\frac{\text{गुणनखण्डों का योग}}{\text{गुणनखण्डों की संख्या}}$

गुणनखण्डों के योग के लिए-

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$\Rightarrow [(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) (3^0 + 3^1 + 3^2)]$$

$$\Rightarrow [(1 + 2 + 4 + 8 + 16) (1 + 3 + 9)]$$

$$\Rightarrow [(31) (13)]$$

$$\Rightarrow 403$$

गुणनखण्डों की संख्या के लिए-

$$\Rightarrow (4 + 1) (2 + 1)$$

$$\Rightarrow 5 \times 3$$

$$\Rightarrow 15$$

$$\text{औसत} = \frac{403}{15}$$

$$\Rightarrow 26.86$$

- किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के गुणनखण्डों की संख्या विषम होगी।
(Only a perfect square number has odd number of factors)

अथवा (or)

यदि कोई संख्या के गुणनखण्डों की संख्या विषम है, तो वह संख्या पूर्ण वर्ग होगी। (If a number has odd number of factors that means number is a perfect square).

- अभाज्य संख्या के वर्ग के मात्र 3 गुणनखण्ड होते हैं।
Square of a prime number has only 3 factors.

- 2 अंकों की कितनी संख्याएं हैं जिनके केवल 3 गुणनखण्ड हैं?

Sol. ∴ अभाज्य संख्या के वर्ग के मात्र 3 गुणनखण्ड होते हैं।

$$(5^2) = 25 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 5, 25$$

$$(7^2) = 49 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 7, 49$$

5, 7 → अभाज्य संख्या

अतः 2 अंकों की 2 संख्याओं (25, 49) के 3 गुणनखण्ड होंगे।

- 3 अंकों की कितनी संख्याएं हैं, जिनके केवल 3 गुणनखण्ड हैं?

Sol.

$$(11)^2 = 121 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 11, 121$$

$$(13)^2 = 169 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 13, 169$$

$$(17)^2 = 289 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 17, 289$$

$$(19)^2 = 361 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 19, 361$$

$$(23)^2 = 529 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 23, 529$$

$$(29)^2 = 841 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 29, 841$$

$$(31)^2 = 961 \xrightarrow{\text{Factors}} 1, 31, 961$$

अतः 3 अंकों की 7 संख्याओं के 3 गुणनखण्ड होंगे।

अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करना

$$m = x^a \cdot y^b \cdot z^c$$

यहाँ/Where,

m ⇒ संयुक्त संख्या (Composite number)

x, y, z ⇒ अभाज्य संख्या (Prime number)

a, b, c ⇒ प्राकृतिक संख्या (Natural number)

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या (Number of prime factors) = a + b + c

अभाज्य गुणनखण्डों का योग (Sum of prime factors) = ax + by + cz

- 144 के सभी अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Sol. $144 = 2^4 \times 3^2$

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या = $4 + 2 \Rightarrow 6$

- $2^5 \times 3^6 \times 7^{12}$ के सभी अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Sol. $2^5 \times 3^6 \times 7^{12}$

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या = $5 + 6 + 12 \Rightarrow 23$

- $6^6 \times 10^{10} \times 35^3$ के सभी अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या ज्ञात कीजिए।

Sol. $6^6 \times 10^{10} \times 35^3$

$\Rightarrow (2 \times 3)^6 \times (2 \times 5)^{10} \times (5 \times 7)^3$

$\Rightarrow 2^6 \times 3^6 \times 2^{10} \times 5^{10} \times 5^3 \times 7^3$

अभाज्य गुणनखण्डों की संख्या

= $(6 + 6 + 10 + 10 + 3 + 3)$

$\Rightarrow (12 + 20 + 6)$

$\Rightarrow (18 + 20)$

$\Rightarrow 38$

- $2^3 \times 3^4 \times 5^6$ के सभी अभाज्य गुणनखण्डों का योग ज्ञात कीजिए।

Sol. $2^3 \times 3^4 \times 5^6$

$\Rightarrow (2 + 2 + \dots 3 \text{ times}) + (3 + 3 + \dots 4 \text{ times})$
 $+ (5 + 5 + \dots 6 \text{ times})$

$\Rightarrow (2 \times 3) + (3 \times 4) + (5 \times 6)$

$\Rightarrow 6 + 12 + 30$

$\Rightarrow 48$

ल.स.प. और म.स.प.

गुणज (अपवर्त्य) और गुणनखण्ड (अपवर्तक) में अंतर

क्र. सं.	गुणज	गुणनखण्ड
1.	गुणज को अन्य संख्याओं से गुणा करने पर प्राप्त संख्याओं के रूप में परिभाषित किया जाता है।	गुणनखण्डों को दी गई संख्या के सटीक विभाजक के रूप में परिभाषित किया जाता है।
2.	गुणकों की संख्या अनंत है।	गुणनखण्डों की संख्या सीमित है।
3.	गुणज ज्ञात करने के लिए उपयोग की जाने वाली क्रिया गुणन है।	गुणनखण्डों को ज्ञात करने के लिए प्रयोग की जाने वाली क्रिया विभाजन है।
4.	गुणजों का परिणाम दी गई संख्या से अधिक या उसके बराबर होना चाहिए।	गुणनखण्डों का परिणाम दी गई संख्या से कम या उसके बराबर होना चाहिए।

ल.स.प. (L.C.M.)

ल.स.प.
(L.C.M.)

↓
↓

लघुत्तम समापवर्त्य
Least common multiple

(सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज)

→ ल.स.प. वह छोटी से छोटी संख्या है, जो दो या दो से अधिक संख्याओं से पूर्णतः विभाजित होती है।
 L.C.M. is the smallest number which is completely divided by two or more numbers.

→ x, y, z का ल.स.प., x, y और z से पूर्णतः विभाजित होगा।
 The L.C.M. of x, y and z is completely divisible by x, y, and z.

- 12 और 16 का ल.स.प.-

12 के गुणज (Multiple) = 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96,

16 के गुणज (Multiple) = 16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128,

उभयनिष्ठ गुणज (Common multiple) = 48, 96

सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज (Least common multiple) = 48

ल.स.प. (L.C.M.) = 48

ल.स.प. ज्ञात करने के विधियाँ

- विभाजन विधि – इस विधि में दी गई संख्याओं को उभयनिष्ठ अभाज्य संख्या से तब तक विभाजित करें कि शेषफल 1 न हो जाये।

Ex. 9, 12 और 15 का ल.स.प. ज्ञात करें-

Sol.

2	9, 12, 15
2	9, 6, 15
3	9, 3, 15
3	3, 1, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

ल.स.प.

$(L.C.M.) = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
 $= 180$

- अभाज्य गुणनखण्ड विधि- पहले दी गई संख्याओं को अभाज्य गुणनखण्डों के रूप में व्यक्त कीजिए। उच्चतम घात वाले गुणनखण्ड का गुणनफल ल.स.प. होगा।

Ex. 9, 12 और 15 का ल.स.प. ज्ञात करें-

Sol. $9 = 3 \times 3$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

ल.स.प. = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$

प्रश्नों के प्रकार

➤	वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y, z से पूर्णतः विभक्त हो।	(x, y, z) का ल.स.प.
➤	वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y, z से पूर्णतः भाग देने पर प्रत्येक दशा में शेष r प्राप्त हो।	(x, y, z) का ल.स.प. + r

➤ वह न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y, z से पूर्णतः भाग देने पर शेषफल क्रमशः a, b, c प्राप्त हो।	(x, y, z) का ल.स.प. - k जहाँ, k = (x - a) = (y - b) = (z - c)
--	--

म.स.प. (H.C.F.)

<p>म.स.प. (H.C.F.)</p> <p>महत्तम समापवर्तक (सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड)</p> <p>➤ म.स.प. वह बड़ी से बड़ी संख्या है, जो दो या दो से अधिक संख्याओं को पूर्णतः विभाजित करे। H.C.F is the largest number, which can divide two or more numbers completely.</p> <p>➤ (x, y, z) का म.स.प., x, y और z को पूर्णतः विभाजित करेगा। The HCF of x, y and z will divide x, y, and z completely.</p>	<p>म.स.प. (H.C.F.)</p> <p>Highest common factor (Greatest common divider)</p>
--	---

12 और 16 का म.स.प.-

12 के गुणनखण्ड (Factor) = 1, 2, 3, 4, 6, 12
16 के गुणनखण्ड (Factor) = 1, 2, 4, 8, 16
उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (Common factor) = 1, 2, 4
सबसे बड़ा उभयनिष्ठ गुणनखण्ड (Highest common factor) = 4
म.स.प. (H.C.F.) = 4

म.स.प. ज्ञात करने के विधियाँ

■ **विभाजन विधि-** दो संख्याओं x और y का महत्तम समापर्तक निकालिए। (जहाँ, $y > x$)
y को x से भाग देने पर शेषफल r_1 रह जाता है। फिर x को r_1 से भाग देने पर शेषफल r_2 होता है। फिर r_1 को r_2 से विभाजित किया जाता है। यह प्रक्रिया तब तक दोहराई जाएगी जब तक शेषफल शून्य न हो जाए। अंतिम भाजक x और y का महत्तम समापर्तक होगा।

Ex. 12 और 16 का म.स.प. ज्ञात करें-

Sol. 12, 16 का म.स.प.

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 16} \left(1 \right. \\ \underline{12} \\ 4 \end{array} \begin{array}{r} 4 \overline{) 12} \left(3 \right. \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

म.स.प. (H.C.F.) = 4

Ex. 25, 35 और 40 का म.स.प. ज्ञात करें-

Sol. 25, 35 और 40 का म.स.प.

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 35} \left(1 \right. \\ \underline{25} \\ 10 \end{array} \begin{array}{r} 5 \overline{) 40} \left(8 \right. \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 25} \left(2 \right. \\ \underline{20} \\ 5 \end{array} \begin{array}{r} 5 \overline{) 10} \left(2 \right. \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

म.स.प. (H.C.F.) = 5

■ **अभाज्य गुणनखण्ड विधि-** पहले, प्रत्येक दी गई संख्या को उनके अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में लिखिए। कम से कम घात वाले सामान्य गुणज का गुणनफल दी गई संख्याओं का महत्तम समापवर्तक होगा।

Ex. 12 और 16 का म.स.प. ज्ञात करें-

Sol. 12, 16 का म.स.प.

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2^2 \times 3$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 2^4$$

$$\text{म.स.प.} = 2^2 \Rightarrow 4$$

Ex. 25, 35 और 40 का म.स.प. ज्ञात करें-

Sol. 25, 35 और 40 का म.स.प.

$$25 = 5 \times 5 \Rightarrow 5^2$$

$$35 = 5 \times 7 \Rightarrow 5^1 \times 7^1$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \Rightarrow 2^3 \times 5^1$$

$$\text{म.स.प.} = 5$$

■ **अंतर विधि-**

माना,

$$\text{दो संख्याओं का म.स.प.} = h$$

$$\text{तब संख्याएं} = hx, hy$$

$$\text{जहाँ, } x, y \rightarrow \text{सहअभाज्य}$$

$$\text{अंतर} = hx - hy$$

$$\Rightarrow h(x - y)$$

☞ $(x - y) = 1 \rightarrow$ म.स.प. संख्याओं के बीच का अंतर होगा।

☞ $(x - y) > 1 \rightarrow$ म.स.प. संख्याओं के बीच का अंतर का एक गुणनखण्ड होगा।

☞ दो संख्याओं का म.स.प. उनके अंतर से कभी बड़ा नहीं हो सकता।

अतः म.स.प. संख्याओं का अंतर या अंतर का गुणनखण्ड हो सकता है।

Ex. 30 और 45 का म.स.प. ज्ञात करें-

Sol. 30, 45 का म.स.प.

$$30, 45$$

$$\text{अंतर} = 45 - 30 \Rightarrow 15$$

$$\text{म.स.प.} = 15 \text{ or factor of } 15$$

∴ 30 और 45, 15 से पूर्णतः विभाजित है।

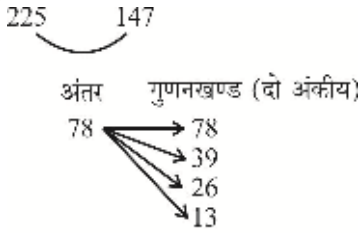
$$\text{अतः म.स.प.} = 15$$

प्रश्नों के प्रकार

➤ वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y, z को पूर्णतः विभक्त करे।	(x, y, z) का म.स.प.
➤ वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिससे x, y, z में भाग देने पर प्रत्येक दशा में समान शेष बचे।	$ x - y , y - z , z - x $ का म.स.प.
➤ वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो, जिससे x, y, z में भाग देने पर प्रत्येक दशा में 'r' शेष बचे।	$(x - r), (y - r), (z - r)$ का म.स.प.
➤ वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिससे x, y, z में भाग देने पर क्रमशः a, b, c शेष बचे।	$(x - a), (y - b), (z - c)$ का म.स.प.

- यदि दो संख्याओं को उनके अंतर से या अंतर के गुणनखण्ड से भाग दिया जाए तो समान शेषफल प्राप्त होता है।
- यदि 225 और 147 को एक दो अंकीय संख्या से भाग दिया जाता है। तो प्रत्येक दशा में समान शेष बचता है। तब ऐसी कितनी दो अंकीय संख्याएं होगी?

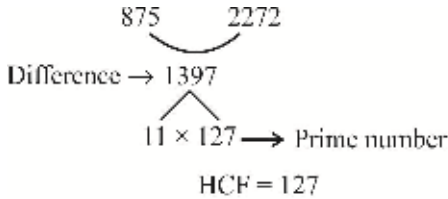
Sol.



कुल संख्याएं = 4

- दो संख्याएं 875 और 2272 को एक तीन अंकीय संख्या से भाग दिया जाता है। तब प्रत्येक दिशा में समान शेष बचता है। ऐसी तीन अंकीय संख्या के अंकों का योग क्या होगा?

Sol.



अंको का योग (Sum of digits) = 1 + 2 + 7 = 10

ल.स.प. और म.स.प. में सम्बन्ध

- पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स.प. × म.स.प.
(First no. × second no. = L.C.M × H.C.F.)
- ☞ यदि/If H.C.F. = h
First no. = hx
Second no. = hy
तब/then, L.C.M. = hxy

भिन्नों का ल.स.प. और म.स.प.

- भिन्न का ल.स.प. = $\frac{\text{अंश का ल.स.प.}}{\text{हर का म.स.प.}}$
- भिन्न का म.स.प. = $\frac{\text{अंश का म.स.प.}}{\text{हर का ल.स.प.}}$

घातांकों का ल.स.प. और म.स.प.

- जब दी गई संख्याओं का आधार समान हो, तो उच्चतम घात वाली संख्या दी गई संख्याओं का लघुतम समापवर्तक होगी।
Ex. $7^2, 7^4, 7^9$ का ल.स.प. = 7^9
- जब आधार समान न हो और आधार में कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, तो दी गई संख्याओं का गुणनफल ल.स.प. होगा।
Ex. $2^2, 3^5, 5^4$ का ल.स.प. = $2^2 \times 3^5 \times 5^4$

- जब दी गई संख्या का आधार समान हो, तो सबसे कम घात वाली संख्या दी गई संख्याओं का म.स.प. होगा।

Ex. $7^2, 7^4, 7^9$ का म.स.प. = 7^2

- जब आधार समान न हो और आधार में कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो, तो दी गई संख्याओं का म.स.प. 1 होगा।

Ex. $2^2, 3^5, 5^4$ का म.स.प. = 1

$$\begin{array}{c} \text{☞} \\ (p^a + 1), (p^b + 1) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{H.C.F.} \quad \text{L.C.M.} \\ (p^{\text{H.C.F.}(a,b)} + 1) \quad (p^{\text{L.C.M.}(a,b)} - 1) \end{array}$$

जहाँ, घात म.स.प. की विषम गुणज होना चाहिए।
(Where, power (a, b) should be odd multiple of HCF).

$$\begin{array}{c} \text{☜} \\ (p^a - 1), (p^b - 1) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{H.C.F.} \quad \text{L.C.M.} \\ (p^{\text{H.C.F.}(a,b)} - 1) \quad (p^{\text{L.C.M.}(a,b)} - 1) \end{array}$$

करणी और घातांक

करणी (Surd) : $\sqrt[n]{a}$

$\sqrt{\quad}$ → करणी (Radical)

n → करणी घात (Order of surd)

a → करणी आधार (Radicand)

☞ पूर्ण करणी (Entire surds) :

$$\sqrt{a}, (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

☞ मिश्र करणी (Mixed surds) :

$$a\sqrt{b}$$

☞ समरूप करणी (Like & Similar surds) :

$$x\sqrt{b}, y\sqrt{b}, z\sqrt{b}$$

☞ विषमरूपी करणी (Unlike & unsimilar surds) :

$$x\sqrt{b}, y\sqrt{c}, z\sqrt{d}$$

☞ संयुग्मी करणी (Conjugate surds) :

$$\sqrt{7} + \sqrt{5} \xrightarrow[\text{(Conjugate)}]{\text{संयुग्मी}} \sqrt{7} - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{4} - \sqrt{3} \xrightarrow[\text{(Conjugate)}]{\text{संयुग्मी}} \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

संयुग्मी करणियों का गुण एक परिमेय संख्या होती है।

Product of conjugate surds is a rational number.

☞ द्विघात करणी (Quadratic surds) :

$$a + \sqrt{b}, \sqrt{a} + \sqrt{b} + c$$

☞ समीकरण सम्बन्ध करणी-

यदि करणी, $a \sqrt{b} \quad c \sqrt{d}$

तब, $\begin{array}{|c|c|} \hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline \end{array}$

अतः एक पक्ष का परिमेय भाग, दूसरे पक्ष के परिमेय भाग के बराबर होगा। एक पक्ष का अपरिमेय भाग, दूसरे पक्ष के अपरिमेय भाग के बराबर होगा।

परिमेयकरण-

करणी	परिमेयकरण गुणनखण्ड
$\sqrt{a} \sqrt{b}$	$\sqrt{a} \sqrt{b}$
$\sqrt{a} \sqrt{b}$	$\sqrt{a} \sqrt{b}$
$a \sqrt{b}$	$a \sqrt{b}$
$a \sqrt{b}$	$a \sqrt{b}$
$a^{2/3} b^{2/3} a^{1/3} b^{1/3}$	$a^{1/3} b^{1/3}$
$a^{2/3} b^{2/3} a^{1/3} b^{1/3}$	$a^{1/3} b^{1/3}$

करणी और घातांक के नियम

- $a \times a \times a \times \dots \dots \dots m$ पदों तक $= a^m$
- $a \times a \times a \times \dots \dots \dots n$ पदों तक $= a^n$
- $(a \times a \times \dots \dots m$ पदों तक) $\times (a \times a \times \dots \dots n$ पदों तक)
- $= a^m \times a^n$
- $\Rightarrow a^{m+n}$
- $\frac{a \ a \ a \ \dots \dots m$ पदों तक}{ $a \ a \ a \ \dots \dots n$ पदों तक} $\frac{a^m}{a^n} \Rightarrow a^{m-n}$
- यदि $a > 0$, $a \neq 1$ तथा m, n, p पूर्णांक (integer) हो तो-
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}$
- $a^{m-n} = a^{m-n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $a^0 = 1$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $a^{m^n} = a^{m^n}$
- $a^{m^{np}} = a^{m^{np}} = a^{m^{np}}$
- $ab^n = a^n b^n$
- $abc^n = a^n b^n c^n$
- If $a^n = y$ then $a = y^{1/n}$
- If $a^x = b^y$ then $a = b^{y/x}$
- If $a^x = b^y$ then $a^{1/y} = b^{1/x}$
- $x^n = a \Rightarrow x = \sqrt[n]{a}$, ($a \in R, a \geq 0$)
- $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} = ab^{1/n}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = a^{1/m \cdot 1/n} = a^{1/mn}$

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{1/n} \cdot a^{1/m}$
- $\Rightarrow a^{1/n + 1/m}$
- $\Rightarrow a^{\frac{m+n}{mn}} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{a}} = \frac{a^{1/n}}{a^{1/m}} = a^{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}} = a^{\frac{m-n}{mn}}$
- $\Rightarrow \sqrt[mn]{a^{m-n}}$
- $\sqrt[z]{\sqrt[y]{\sqrt[x]{a^p}}} = a^{\frac{pqr}{xyz}}$

वर्गमूल ज्ञात करना

- ☞ $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- ☞ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
- ☞ $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- ☞ $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
- ☞ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ☞ $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = a + b + c + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ca}$
- ☞ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

■ $11 + 2\sqrt{30}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol.

$$\begin{aligned} & \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} \\ & \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 5 + 6 & 5 \times 6 \end{array} \\ & \sqrt{\sqrt{5^2} \sqrt{6^2} 2\sqrt{5} \sqrt{6}} \\ & \sqrt{\sqrt{5} \sqrt{6}^2} \\ & \sqrt{5} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

■ $13 + 2\sqrt{30}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol.

$$\begin{aligned} & \sqrt{13 + 2\sqrt{30}} \\ & \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 10 + 3 & 10 \times 3 \end{array} \\ & \sqrt{\sqrt{10} + \sqrt{3}^2} \\ & \sqrt{10} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

■ $17 - 2\sqrt{30}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol.

$$\begin{aligned} & \sqrt{17 - 2\sqrt{30}} \\ & \begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ 15 + 2 & 15 \times 2 \end{array} \\ & \sqrt{\sqrt{15} \sqrt{2}^2} \\ & \sqrt{15} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

- 8 $2\sqrt{7}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol.

$$\frac{\sqrt{8-2\sqrt{7}}}{\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{1}^2}}$$

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{1}}{\sqrt{7}-\sqrt{1}}$$

- $12 + \sqrt{140}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{12 + \sqrt{140}}$

$$\frac{\sqrt{12+2\sqrt{35}}}{\sqrt{\sqrt{7}-\sqrt{5}^2}}$$

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

- 8 $\sqrt{60}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{8 + \sqrt{60}}$

$$\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}^2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

- $7 + 4\sqrt{3}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{7 + \sqrt{12}}$

$$\frac{\sqrt{7+2\sqrt{12}}}{\sqrt{\sqrt{4}-\sqrt{3}^2}}$$

$$\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

- 12 $\sqrt{3}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{12-2\sqrt{27}}}{\sqrt{\sqrt{9}-\sqrt{3}^2}}$$

$$\frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

- $3 + \sqrt{5}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{3 + \sqrt{5}}$

$$\sqrt{\frac{2}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{6 \cdot \sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{6+2\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{5}-1^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{5}-1^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{5} + 1$$

- 4 $\sqrt{15}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{4 + \sqrt{15}}$

$$\sqrt{\frac{2}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{15}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{8 \cdot 2\sqrt{15}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{8-2\sqrt{15}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3}^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

- $15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}$ का वर्गमूल ज्ञात करो।

Sol. $\sqrt{15 + \sqrt{60} + \sqrt{84} + \sqrt{140}}$

$$\sqrt{15 + 2\sqrt{15} + 2\sqrt{21} + 2\sqrt{35}}$$

$$\sqrt{15 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + 2\sqrt{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{5}^2 + \sqrt{7}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + 2\sqrt{5}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}^2$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7}$$

कुछ महत्त्वपूर्ण परिणाम

➤ If, $x = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$

then, $x = a$

➤ If, $x = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$n times

then, $x = a^{\frac{2^n - 1}{2^n}}$

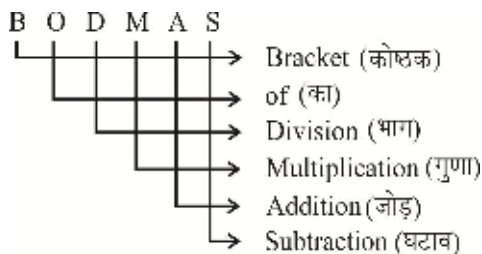
➤ If, $x = \sqrt[n]{a \times \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a}}$

then, $x = \sqrt[n]{a}$

- If, $x = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{a} \dots}$
then, $x = \sqrt[n]{a}$
- If, $x = \sqrt{a + b\sqrt{a + b\sqrt{a + \dots}}}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a + b^2} + b}{2}$
- If, $x = \sqrt{a + \sqrt{a} \sqrt{a} \dots}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a + 1} + 1}{2}$
- If, $x = \sqrt{a - b\sqrt{a} - b\sqrt{a} \dots}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a + b^2} - b}{2}$
- If, $x = \sqrt{a - \sqrt{a} \sqrt{a} \dots}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a + 1} - 1}{2}$
- If, $x = \sqrt{a + b\sqrt{a} - b\sqrt{a + b\sqrt{a} \dots}}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a - 3b^2} + b}{2}$
- If, $x = \sqrt{a + \sqrt{a} \sqrt{a + \sqrt{a} \dots}}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a - 3} + 1}{2}$
- If, $x = \sqrt{a - b\sqrt{a} - b\sqrt{a} - b\sqrt{a} - b\sqrt{a} \dots}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a - 3b^2} - b}{2}$
- If, $x = \sqrt{a - \sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{a} \dots}$
then, $x = \frac{\sqrt{4a - 3} - 1}{2}$

BODMAS

BODMAS नियम (Rule) :



☞ कोष्ठकों को अंदर से बाहर की ओर हल करते हैं।

कोष्ठकों के प्रकार-

- रेखा कोष्ठक → —
- छोटा कोष्ठक → ()
- मध्यम या मझला कोष्ठक → { }
- बड़ा कोष्ठक → []

■ हल कीजिए (To solve) :

$$222 - \frac{1}{3} \text{ of } 42 + 56 \overline{8+9} + 108$$

Sol. $222 - \frac{1}{3} \text{ of } 42 + 56 \overline{8+9} + 108$

$$222 - \frac{1}{3} \text{ of } 42 + 56 \cdot 17 + 108$$

$$\Rightarrow 222 - \frac{1}{3} \text{ of } 42 + 952 + 108$$

$$\Rightarrow 222 - \frac{1}{3} \text{ of } 81 + 108$$

$$\Rightarrow 222 - \frac{1}{3} \text{ of } 81 + 108$$

$$\Rightarrow 222 - [27 + 108]$$

$$\Rightarrow 222 - 135$$

$$\Rightarrow 87$$

■ हल कीजिए-

$$a \quad b \quad c \quad a \quad \overline{b \quad c}$$

Sol. $a \quad b \quad c \quad a \quad \overline{b \quad c}$

$$\Rightarrow a \quad b \quad c \quad a \quad b \quad c$$

$$\Rightarrow a \quad b \quad c \quad a \quad b \quad c$$

$$\Rightarrow a \quad b \quad b \quad a$$

$$\Rightarrow a \quad b \quad b \quad a$$

$$\Rightarrow a \quad a$$

$$\Rightarrow 0$$

■ हल कीजिए-

$$19170 \div 54 \div 5$$

Sol. $19170 \div 54 \div 5$

$$\Rightarrow 19170 \cdot \frac{1}{54} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{355}{5}$$

$$\Rightarrow 71$$

■ हल कीजिए-

$$\frac{9}{13} \div \frac{18}{26} \div \frac{90}{52}$$

Sol. $\frac{9}{13} \div \frac{18}{26} \div \frac{90}{52}$
 $\Rightarrow \frac{9}{13} \times \frac{26}{18} \times \frac{52}{90}$
 $\Rightarrow \frac{26}{45}$

■ हल कीजिए-

$5.8 + (7.4 \div 3.7 \times 5) - 6 \times 2 \div 2.5$

Sol. $5.8 + (7.4 \div 3.7 \times 5) - 6 \times 2 \div 2.5$

$\Rightarrow 5.8 + (2 \times 5) - 6 \times \frac{2}{2.5}$

$\Rightarrow 5.8 + 10 - 4.8$

$\Rightarrow 15.8 - 4.8$

$\Rightarrow 11$

शृंखला पर आधारित प्रश्न

➤ $\frac{1}{a \times b} \quad \frac{1}{b \ a} \quad \frac{1}{a \ a} \quad \frac{1}{b}$

➤ $\frac{1}{a \times b \times c} \quad \frac{1}{c \ a} \quad \frac{1}{ab} \quad \frac{1}{bc}$

➤ $\frac{1}{a \times b \times c \times d} \quad \frac{1}{d \ a} \quad \frac{1}{abc} \quad \frac{1}{bcd}$

➤ $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n(n+1)$
 $\frac{n \ n \ 1 \ n \ 2}{3}$

■ मान ज्ञात कीजिए -

$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

Sol. $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

$\Rightarrow \frac{1}{4 \ 5} \quad \frac{1}{5 \ 6} \quad \frac{1}{6 \ 7} \quad \frac{1}{7 \ 8} \quad \frac{1}{8 \ 9} \quad \frac{1}{9 \ 10}$

$\Rightarrow \frac{1}{4 \ 5} \quad \frac{1}{5 \ 6} \quad \frac{1}{6 \ 7} \quad \frac{1}{7 \ 8} \quad \frac{1}{8 \ 9} \quad \frac{1}{9 \ 10}$

$= \frac{1}{4} \quad \frac{1}{10}$

$= \frac{5 \ 2}{20} \quad \frac{3}{20}$

■ मान ज्ञात कीजिए -

$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} = ?$

Sol. $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16}$

$\Rightarrow \frac{1}{3 \ 1 \ 4} \quad \frac{3}{4 \ 7} \quad \frac{3}{7 \ 10} \quad \frac{3}{10 \ 13} \quad \frac{3}{13 \ 16}$

$\Rightarrow \frac{1}{3 \ 1} \quad \frac{1}{4 \ 4} \quad \frac{1}{7 \ 7} \quad \frac{1}{7 \ 10} \quad \frac{1}{10 \ 10} \quad \frac{1}{13 \ 13} \quad \frac{1}{13 \ 16}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{16}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \quad \frac{16}{16}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{15}{16} \quad \frac{5}{16}$

■ मान ज्ञात कीजिए -

$\frac{2}{15} + \frac{4}{45} + \frac{7}{144} + \frac{9}{400} = ?$

Sol. $\frac{2}{15} + \frac{4}{45} + \frac{7}{144} + \frac{9}{400}$

$\Rightarrow \frac{2}{3 \ 5} \quad \frac{4}{5 \ 9} \quad \frac{7}{9 \ 16} \quad \frac{9}{16 \ 25}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{25}$

$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{25}$

$\frac{25}{75} \quad \frac{22}{75}$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \frac{9}{4^2 \cdot 5^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2}$

Sol. $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \frac{9}{4^2 \cdot 5^2} + \dots + \frac{19}{9^2 \cdot 10^2}$

$\frac{3}{1 \ 4} \quad \frac{5}{4 \ 9} \quad \frac{7}{9 \ 16} \quad \frac{9}{16 \ 25} + \dots + \frac{19}{81 \ 100}$

$\Rightarrow \frac{1}{1} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{81} \quad \frac{1}{100}$

$\Rightarrow \frac{1}{1} \quad \frac{1}{100}$

$\Rightarrow \frac{99}{100}$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad 1 \quad \frac{1}{n} = ?$

Sol. $1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad 1 \quad \frac{1}{n}$

$\frac{3}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \dots \quad \frac{(n+1)}{n}$

$\frac{n+1}{2}$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad 1 \quad \frac{1}{n} = ?$

Sol. $1 \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad \frac{1}{3} \quad 1 \quad \frac{1}{4} \quad \dots \quad 1 \quad \frac{1}{n}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{(n-1)}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n}$$

■ मान ज्ञात कीजिए -

$$1 - \frac{1}{3^2} - 1 - \frac{1}{4^2} - 1 - \frac{1}{5^2} - \dots - 1 - \frac{1}{11^2} - 1 - \frac{1}{12^2}$$

Sol. $1 - \frac{1}{3^2} - 1 - \frac{1}{4^2} - 1 - \frac{1}{5^2} - \dots - 1 - \frac{1}{11^2} - 1 - \frac{1}{12^2}$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$1 + \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{4} - \dots - 1 + \frac{1}{11} - 1 - \frac{1}{11} - 1 + \frac{1}{12} - 1 - \frac{1}{12}$$

$$\dots - 1 + \frac{1}{11} - 1 - \frac{1}{11} - 1 + \frac{1}{12} - 1 - \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{5} - \dots - 1 - \frac{1}{12} \times$$

$$1 - \frac{1}{3} - 1 - \frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{5} - \dots - 1 - \frac{1}{12}$$

$$\left[\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \dots \times \frac{13}{12} \right] \left[\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{11}{12} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{13}{3} - \frac{2}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{18}$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$\frac{2 \times 8 + 8 \times 32 + 18 \times 72 + \dots}{1 + 16 + 81 + \dots} = ?$$

Sol. $\frac{2 \times 8 + 8 \times 32 + 18 \times 72 + \dots}{1 + 16 + 81 + \dots} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow 16 \frac{1}{1} \frac{16}{16} \frac{81}{81} \dots \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 16^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow 2^4^{\frac{1}{4}} = 2$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$\frac{1.2.4 + 2.4.8 + 3.6.12 + \dots}{1.3.9 + 2.6.18 + 3.9.27 + \dots} = \frac{1}{3}$$

Sol. $\frac{1.2.4 + 2.4.8 + 3.6.12 + \dots}{1.3.9 + 2.6.18 + 3.9.27 + \dots} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27} = \frac{2}{3}$$

चर घातांकी श्रेणी

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = 2.71828$$

■ मान ज्ञात कीजिए -

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{1.2.3.4.5} + \dots$$

Sol. $\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} - \dots$

$$1 - \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} - \dots - 1 - \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!}$$

$$= (2.71828) - (1 + 1 + 0.5)$$

$$= 0.21828$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$\frac{8! \times 7! \times 6!}{9! \times 5! \times 3!} = ?$$

Sol. $\frac{8! \times 7 \times 6 \times 5! \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{9 \times 8! \times 5! \times 3!}$

$$\Rightarrow 28 \times 20$$

$$\Rightarrow 560$$

■ $6!$ के रूप में मान ज्ञात कीजिए-

$$8! - 7! - 6!$$

Sol. $8! - 7! - 6!$

$$\Rightarrow [8 \times 7 \times 6! - 7 \times 6! - 6!]$$

$$\Rightarrow 6! [8 \times 7 - 7 - 1]$$

$$\Rightarrow 6! [56 - 8]$$

$$\Rightarrow 6! [48]$$

■ यदि $a * b = 2(a + b)$ तब $1 * [2 * 3]$ का मान क्या होगा?

Sol. $1 * [2 * 3]$

$$\Rightarrow 1 * [2(2 + 3)]$$

$$\Rightarrow 1 * [2 \times 5]$$

$$\Rightarrow 1 * 10$$

$$\Rightarrow 2 [1 + 10]$$

$$\Rightarrow 2 \times 11$$

$$= 22$$

■ यदि $x * y = 3x + 2y$ तब $2 * 3 + 3 * 4$ का मान क्या होगा?

Sol.

$$2 * 3 + 3 * 4$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & x & y \end{matrix}$$

$$\Rightarrow (3 \times 2 + 2 \times 3) + (3 \times 3 + 2 \times 4)$$

$$\Rightarrow (6 + 6) + (9 + 8)$$

$$= 12 + 17$$

$$= 29$$

■ यदि @ एक ऐसी संक्रिया है कि (If @ is an operation such that)

2a यदि > b

a @ b = a + b यदि a < b

a² यदि = b

then, $\frac{5@7 + 4@4}{3 \ 5@5 \ 15@11 \ 3} = ?$

Sol. $\frac{5 \ 7 \ 4^2}{3 \ 5^2 \ 2 \ 15 \ 3}$

$$\Rightarrow \frac{12 \ 16}{75 \ 30 \ 3}$$

$$\Rightarrow \frac{28}{75 \ 33}$$

$$\Rightarrow \frac{28}{42}$$

$$= \frac{2}{3}$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$999 \frac{995}{999} \times 999$$

Sol. $999 \frac{995}{999} \times 999$

$$\Rightarrow 999 + \frac{995}{999} \ 999$$

$$\Rightarrow 1000 \ 1 \ \frac{995}{999} \ 999$$

$$\Rightarrow \frac{1000 \ 1 \ 999 \ 995}{999} \ 999$$

$$\Rightarrow 999000 - 999 + 995$$

$$= 999000 - 4$$

$$= 998996$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$999 \frac{1}{7} + 999 \frac{2}{7} + 999 \frac{3}{7} + 999 \frac{4}{7} + 999 \frac{5}{7} + 999 \frac{6}{7}$$

Sol. $999 \frac{1}{7} + 999 \frac{2}{7} + 999 \frac{3}{7} + 999 \frac{4}{7} + 999 \frac{5}{7} + 999 \frac{6}{7}$

$$\Rightarrow 999 \ 6 \ \frac{1}{7} \ \frac{2}{7} \ \frac{3}{7} \ \frac{4}{7} \ \frac{5}{7} \ \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow 1000 \ 1 \ 6 \ \frac{21}{7}$$

$$= 6000 - 6 + 3 = 6000 - 3$$

$$= 5997$$

■ मान ज्ञात कीजिए-

$$3 \frac{1}{3} + 33 \frac{1}{3} + 333 \frac{1}{3} + 3333 \frac{1}{3} + 33333 \frac{1}{3}$$

Sol. $3 \frac{1}{3} + 33 \frac{1}{3} + 333 \frac{1}{3} + 3333 \frac{1}{3} + 33333 \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow (3 + 33 + 333 + 3333 + 33333) +$$

$$\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3}$$

$$= 37035 + \frac{5}{3} \Rightarrow 37035 \ 1 \frac{2}{3}$$

$$= 37036 \ \frac{2}{3} \Rightarrow 37036 \ \frac{2}{3}$$

सतत भिन्न

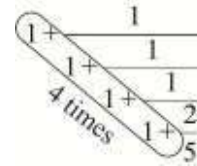
■ हल कीजिए-

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}}}$$

Sol. Step-1 : सबसे पहले अंतिम भिन्न $\frac{2}{5}$ लिखें

Step-2 : पहले अंश (2) लिखें फिर हर (5) लिखें

Step-3 : जितनी बार प्रश्न में 1 दिया हो उतनी बार आगे संख्याएं आएगी, और अगली संख्या ज्ञात करने के लिए तुरंत पिछले वाली संख्या को उस संख्या में जोड़ें।



$$2, 5 \xrightarrow{5+2} (7) \xrightarrow{7+5} (12) \xrightarrow{12+7} (19) \xrightarrow{19+12} (31)$$

$$\Rightarrow \frac{31}{19}$$

■ हल कीजिए-

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}}$$

Sol.

$$2, 5 \xrightarrow{5-2} (3) \xrightarrow{3-5} (-2) \xrightarrow{-2-3} (-5) \xrightarrow{-5-(-2)} (-3)$$

$$\text{अतः भिन्न} = \frac{3}{5} \ \frac{3}{5}$$

■ हल कीजिए-

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$$

Sol. 1, $4 \xrightarrow{\times 3+1} 13 \xrightarrow{\times 2+4} 30 \xrightarrow{\times 1-13} 43$

अतः भिन्न = $\frac{43}{30}$

■ हल कीजिए-

$$1 \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$$

Sol. 1, $4 \xrightarrow{\times 3-1} 11 \xrightarrow{\times 2-4} 18 \xrightarrow{\times 1-11} 7$

अतः भिन्न = $\frac{7}{18}$

■ $a + b + c$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{13}{29}$$

Sol.

$$\begin{array}{r} 13) 29(2-a \\ \underline{26} \\ 3) 13(4-b \\ \underline{12} \\ 1) 3(3-c \\ \underline{3} \\ \times \end{array}$$

$\therefore a + b + c = 2 + 4 + 3$

$a + b + c = 9$

■ $a + b + c$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$a \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{2}}} = \frac{16}{23}$$

Sol.

$$\begin{array}{r} 16) 23(1=a \\ \underline{16} \\ 7) 16(2=b \\ \underline{14} \\ 2) 7(3=c \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$$

\therefore Last term = $\frac{1}{2} \frac{2}{7} \frac{7}{6} \frac{6}{1}$

$\therefore a + b + c = 1 + 2 + 3 \Rightarrow 6$

■ आवर्त दशमलव -

$\triangleright 0.\bar{a} = \frac{a}{9}$

$\triangleright 0.\overline{ab} = \frac{ab}{99}$

$\triangleright 0.\overline{abc} = \frac{abc}{999}$

$\triangleright 0.\overline{ab} = \frac{ab}{90}$

$\triangleright 0.\overline{abc} = \frac{abc}{900}$

$\triangleright 0.\overline{abc} = \frac{abc}{990}$

■ मान ज्ञात कीजिए। $8.\overline{546} + 5.\overline{927}$:

Sol.

$$8.\overline{546} + 5.\overline{927} = ?$$

↓ ↓
2 संख्याओं 3 संख्याओं
में बार में बार

2, 3 LCM = 6 (With bar)

☞ परिणाम में 6 संख्याओं में बार होगा।

☞ दशमलव के बाद एक संख्या में बार नहीं होगा, दोनों में से, जिसमें अधिकतम संख्याओं में बार न हो वही संख्या लेते हैं

अतः Without bar = 1, With bar = 6

Without bar With bar

$$\begin{array}{r} 8.5 \mid 464646 \mid 46464 \dots \\ 5.9 \mid 279279 \mid 27927 \dots \\ \hline 14.4 \mid 743925 \mid 74391 \end{array}$$

$= 14.\overline{4743925}$

■ मान ज्ञात कीजिए।

$8.\overline{31} + 0.\overline{6} + 0.00\overline{2} = ?$

Sol.

Without bar = 2

With bar = 1, 1, 1 LCM = 1

Without bar With bar

$$\begin{array}{r} 8.31 \mid 1 \mid 111 \dots \\ 0.66 \mid 6 \mid 666 \dots \\ 0.00 \mid 2 \mid 222 \dots \\ \hline 8.97 \mid 9 \mid 999 \end{array}$$

$\Rightarrow 8.\overline{979}$

■ मान ज्ञात कीजिए।

$22.\overline{4} + 11.\overline{567} - 33.\overline{59} = ?$

Sol. Without bar = 1

With bar = 1, 2, 1 LCM = 2

Without bar With bar

$$\begin{array}{r} 22.4 \mid 44 \mid 44 \dots \\ 11.5 \mid 67 \mid 67 \dots \\ -33.5 \mid 99 \mid 99 \dots \\ \hline 0.4 \mid 12 \mid 12 \end{array}$$

$0.\overline{412}$

पूर्व परीक्षाओं में पूछे गये प्रश्न

1. निम्न में से कौन सी संख्या 9 और 11 दोनों से पूर्णतः विभाज्य है?

- (a) 277218 (b) 10098
(c) 12345 (d) 181998

RRB NTPC (Stage-2) 17/06/2022 (Shift-II)

Ans. (b) : 9 से विभाजिता का नियम-

जब संख्या के अंकों का योग 9 से विभाज्य हो, तो संख्या भी 9 से विभाज्य होगी।

11 से विभाजिता का नियम- जब संख्या के सम स्थान एवं विषम स्थान के अंकों के योग का अन्तर 0 (शून्य) या 11 का गुणज हो, तो संख्या भी 11 से विभाज्य होगी।

विकल्प (b) से,

$$10098 = 1 + 0 + 0 + 9 + 8 = 18 \text{ (9 से विभाज्य)}$$

$$10098 = (9+0) - (8+0+1) = 9 - 9 = 0$$

अतः विकल्प (b) 10098, 9 और 11 दोनों से विभाज्य है।

2. निम्न में से कौन सी संख्या 9 से विभाज्य नहीं है ?

- (a) 49104 (b) 77832
(c) 35253 (d) 45390

RRB NTPC (Stage-2) 12/06/2022 (Shift-II)

Ans. (d) : 9 से विभाज्यता का नियम- यदि किसी संख्या के सभी अंकों का योग 9 से विभाज्य तो वह संख्या भी 9 से पूर्णतः विभाज्य होगी।

विकल्पों की जाँच करने पर,

$$(a) 49104 \Rightarrow 4+9+1+0+4 = 18, 9 \text{ से विभाज्य है}$$

$$(b) 77832 \Rightarrow 7+7+8+3+2 = 27, 9 \text{ से विभाज्य है}$$

$$(c) 35253 \Rightarrow 3+5+2+5+3 = 18, 9 \text{ से विभाज्य है}$$

$$(d) 45390 \Rightarrow 4+5+3+9+0 = 21, 9 \text{ से विभाज्य नहीं है}$$

3. निम्न में से कौन सी संख्या 8 से विभाज्य नहीं है?

- (a) 35792 (b) 35112
(c) 35412 (d) 35552

RRB NTPC (Stage-2) 15/06/2022 (Shift-III)

Ans. (c) : 8 से विभाजिता का नियम:- यदि दी गयी संख्या के अन्तिम के तीन अंक 8 से विभाजित है, तो वह संख्या पूरी तरह 8 से विभाजित होगी।

विकल्पों से,

$$(a) 35 \frac{792}{8} = 99 \text{ (पूर्णतः विभाज्य)}$$

$$(b) 35 \frac{112}{8} = 14 \text{ (पूर्णतः विभाज्य)}$$

$$(c) 35 \frac{412}{8} = 51.5 \text{ (पूर्णतः विभाज्य नहीं)}$$

$$(d) 35 \frac{552}{8} = 69 \text{ (पूर्णतः विभाज्य)}$$

अतः विकल्प (c) में दी गयी संख्या 8 से पूर्णतः विभाज्य नहीं है।

4. यदि 7 अंकों की संख्या $504x5y3$, 11 से विभाज्य है, तो x और y के योग का कोई एक मान क्या होगा?

- (a) 11 (b) 5
(c) 17 (d) 7

RRB NTPC (Stage-2) 13/06/2022 (Shift-II)

Ans. (c) : दी गई संख्या

$$\overbrace{504} \quad \overbrace{x5y} \quad 3$$

11 से विभाज्य होने के लिए-

(सम स्थान पर स्थित संख्या का योग)-(विषम स्थान पर स्थित संख्या का योग) = 0

$$(0 + x + y) - (5 + 4 + 5 + 3) = 0$$

$$x + y = 17$$

5. यदि 11 अंकों की संख्या $88p554085k6$, 72 से विभाज्य जहाँ $k \neq p$ है, तो $(3k + 2p)$ का मान क्या होगा?

- (a) 12 (b) 7
(c) 13 (d) 23

RRB NTPC (Stage-2) 13/06/2022 (Shift-II)

Ans. (c) : दी गयी संख्या-

$$88p554085k6$$

$$\text{जहाँ } k \neq p$$

नोट-जो संख्या 72 से विभाज्य है, वह 8 से तथा 9 से भी विभाज्य होगी।

8 से विभाजिता का नियम-यदि दी गयी संख्या के अंतिम के तीन अंकों से बनी संख्या 8 से विभाज्य है, तो संख्या 8 से पूरी तरह विभाज्य होगी।

9 से विभाजिता का नियम-दी गयी संख्या के सभी अंकों का योगफल यदि 9 से विभाज्य है, तो संख्या 9 से विभाज्य होगी।

$$88p554085k6$$

$k = 3$ रखने पर-

$$\frac{536}{8} = 67 \text{ (पूर्णतः विभाजित)}$$

तथा $p = 2$ रखने पर-

$$\frac{8+8+2+5+5+4+0+8+5+3+6}{9}$$

$$= \frac{54}{9} = 6 \text{ (पूर्णतः विभाजित)}$$

$$\text{अतः } 3k + 2p$$

$$= 3 \times 3 + 2 \times 2$$

$$= 13$$

6. $171 \times 172 \times 173$ को 17 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात कीजिए।

- (a) 9 (b) 7
(c) 8 (d) 6

RRB Group-D 26/08/2022 (Shift-III)

Ans. (d) : दिया है,
प्रश्नानुसार, 17 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल

$$= \frac{(170+1) \times (170+2) \times ((170+3))}{17}$$

$$= \frac{1 \times 2 \times 3}{17}$$

शेषफल = $1 \times 2 \times 3 = 6$

7. किसी संख्या को एक भाजक से विभाजित करने पर 16 शेष बचता है। जब मूल संख्या के दोगुने को उसी भाजक से विभाजित किया जाता है, तो 3 शेष बचता है। उस भाजक का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 23 (b) 29
(c) 53 (d) 51

RRB Group-D 30/08/2022 (Shift-II)

Ans. (b) : माना वह संख्या 45 है।

तथा भाजक 29 है।

प्रश्नानुसार,

$$\text{संख्या का दोगुना} = 45 \times 2 = 90$$

तब,

$$\begin{array}{r} 29 \overline{) 90} \quad (3 \\ \underline{87} \\ 3 \end{array} \text{ शेषफल}$$

अतः वह भाजक 29 है।

8. यदि संख्या $6484y6$, 8 से विभाज्य है, तो y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 3 (b) 4
(c) 1 (d) 7

RRB Group-D 02/09/2022 (Shift-II)

Ans. (c) : 8 के विभाजिता का नियम- यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाजित हो तो वह संख्या 8 से पूर्णतः विभाजित होगी।

y का न्यूनतम मान = 1

संख्या = 648416

$$\text{विभाजित से} = \frac{416}{8} = 52$$

9. यदि संख्या 4723361 में प्रत्येक सम अंक को 2 से विभाजित किया जाए, और प्रत्येक विषम में 2 जोड़ा जाए, तो इस प्रकार बनी नई संख्या के सबसे बड़े और सबसे छोटे अंकों का योग कितना होगा?

- (a) 12 (b) 10
(c) 11 (d) 9

RRB GROUP-D - 11/10/2022 (Shift-I)

Ans. (b) : दिया है-
4723361

प्रश्नानुसार,

सम संख्या को 2 से विभाजित करने पर एवं विषम संख्या में 2 जोड़ने पर प्राप्त नई संख्या

$$\frac{4}{2}(7+2), \left(\frac{2}{2}\right)(3+2)(3+2), \frac{6}{2}(1+2) \Rightarrow 2915533$$

(सबसे बड़ी संख्या + छोटी संख्या) का योग = $9 + 1 = 10$

10. यदि संख्या 42514563 के प्रत्येक विषम अंक में 3 जोड़ा जाता है, और प्रत्येक सम अंक से 1 घटाया जाता है, तो इस प्रकार बनी संख्या के सबसे बड़े और सबसे छोटे अंकों का अंतर क्या होगा ?

- (a) 2 (b) 7
(c) 5 (d) 8

RRB GROUP-D - 17/08/2022 (Shift-I)

Ans. (b) : दी गई संख्या 42514563

प्रश्नानुसार, संख्या के विषम अंक में 3 जोड़ने और सम अंक में घटाने पर प्राप्त संख्या = 31843856

अतः अभीष्ट अंतर = $8 - 1 = 7$

11. यदि संख्या 6452851 के प्रत्येक विषम अंक में 3 जोड़ा जाए और प्रत्येक सम अंक में से 2 घटाया जाए, तो इस प्रकार बने सबसे बड़े और सबसे छोटे अंक का अंतर कितना होगा?

- (a) 8 (b) 6
(c) 4 (d) 2

RRB GROUP-D - 27/09/2022 (Shift-I)

Ans. (a) : दी गई संख्या में 6452851 के प्रत्येक विषम अंक में (+3) जोड़ना तथा सम संख्या में (-2) घटाने पर

$$\begin{array}{cccccc} 6 & 4 & 5 & 2 & 8 & 5 & 1 \\ -2 & -2 & +3 & -2 & -2 & +3 & +3 \\ \hline 4 & 2 & 8 & 0 & 6 & 8 & 4 \end{array}$$

अतः सबसे बड़े और सबसे छोटे अंक का अंतर = $8 - 0 = 8$

12. यदि संख्या 92379654 के प्रत्येक विषम अंक में से 1 घटाया जाता है, और प्रत्येक सम अंक में 1 जोड़ा जाता है, तो इस प्रकार बनी नई संख्या में बाएं से दूसरे, और दाएं से तीसरे अंकों का योग कितना होगा?

- (a) 6 (b) 8
(c) 10 (d) 5

RRB GROUP-D - 18/09/2022 (Shift-II)

Ans. (c) : दी गई संख्या 92379654 के प्रत्येक विषम अंक में 1 घटाना है तथा सम अंक में 1 जोड़ना है।

तो,

$$\begin{array}{cccccccc} 9 & 2 & 3 & 7 & 9 & 6 & 5 & 4 \\ -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ \hline 8 & 3 & 2 & 6 & 8 & 7 & 4 & 5 \end{array}$$

तो नई बनी संख्या = $3 + 7 = 10$

13. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का योगफल 12 है। इसके अंकों को आपस में बदलने पर प्राप्त संख्या, दी गई संख्या से 18 अधिक है। संख्या ज्ञात कीजिए।
 (a) 76 (b) 67
 (c) 27 (d) 57

RRB GROUP-D – 16/09/2022 (Shift-II)

Ans. (d) : माना दो अंको वाली एक संख्या = $10x + y$
 अंको को स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या = $10y + x$
 दिया है $x + y = 12$ -----(i)
 प्रश्नानुसार,
 $10y + x - (10x + y) = 18$
 $\Rightarrow 10y + x - 10x - y = 18$
 $\Rightarrow 9y - 9x = 18$
 $\Rightarrow y - x = 2$ ----- (ii)
 समी. (i) तथा समी. (ii) को हल करने पर
 $x = 5, Y = 7$
 \therefore संख्या = $10 \times 5 + 7$
 $= 50 + 7$
 $= 57$

14. 1 से 100 तक की गिनती में अंक 2 दहाई के स्थान पर कितनी बार आता है?
 (a) 20 (b) 11
 (c) 10 (d) 19

RRB NTPC 31.03.2016 Shift : 1

Ans : (c) 11 से 20 तक = 1 बार
 21 से 30 तक = 9 बार
 31 से 100 तक = 0 बार
 \therefore कुल संख्या = $1 + 9 = 10$

15. 1 से 100 तक की गिनती में अंक 5 कितनी बार आता है?
 (a) 21 (b) 22
 (c) 20 (d) 19

RRB RPF SI-16/01/2019 (Shift-I)

Ans : (c) 1 से 49 तक आने वाली संख्याओं में अंक 5 की संख्या = 5
 50 से 60 तक आने वाली संख्याओं में अंक 5 की संख्या = 11
 61 से 100 तक आने वाली संख्याओं में अंक 5 की संख्या = 4
 \therefore कुल संख्या = $5 + 11 + 4 = 20$

16. पांच अंकों वाली एक संख्या में, सैकड़ों के स्थान पर मौजूद अंक 2 है और इकाई के स्थान पर मौजूद अंक सैकड़ों के स्थान पर मौजूद अंक से दोगुना है। संख्या में हजार के स्थान पर शून्य है। दस हजार के स्थान पर मौजूद अंक, सैकड़ों के स्थान पर मौजूद अंक और इकाई के स्थान पर मौजूद अंकों के योग के बराबर है। दहाई के स्थान पर मौजूद अंक, दस हजार के स्थान पर मौजूद अंक से 1 कम है। संख्या ज्ञात कीजिए।
 (a) 60234 (b) 60224
 (c) 60254 (d) 60264

RRB NTPC 09.02.2021 (Shift-I) Stage Ist

Ans. (c) : माना संख्या = abcde है।

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} c &= 2 \\ e &= 2 \times c \\ e &= 2 \times 2 \\ e &= 4 \\ b &= 0 \\ a &= 2 + 4 \\ a &= 6 \\ d &= 6 - 1 \\ d &= 5 \end{aligned}$$

सभी मान संख्या में रखने पर = 60254

17. 50 से छोटी अभाज्य संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
 (a) 13 (b) 15
 (c) 17 (d) 14

RRB Group-D 06/09/2022 (Shift-III)

Ans. (b) : 50 से छोटी अभाज्य संख्याओं की कुल संख्या 15 है जो निम्नवत है-
 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

18. 11 और 20 (दोनों शामिल) के बीच की सभी अभाज्य संख्याओं के योगफल 30 और 50 (दोनों शामिल) के बीच की सभी संख्याओं के योगफल का धनात्मक अंतर ज्ञात कीजिए।
 (a) 139 (b) 141
 (c) 137 (d) 135

RRB GROUP-D – 15/09/2022 (Shift-III)

Ans. (a) : 11 और 20 (दोनों शामिल) के बीच सभी अभाज्य संख्याओं का योगफल = $(11 + 13 + 17 + 19) = 60$
 30 और 50 (दोनों शामिल) के बीच सभी अभाज्य संख्याओं का योगफल = $(31 + 37 + 41 + 43 + 47) = 199$
 अभीष्ट धनात्मक अन्तर = $199 - 60$
 $= 139$

19. सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी दो अंको की अभाज्य संख्याओं के अन्तर की गणना कीजिए?
 (a) 82 (b) 83
 (c) 84 (d) 86

RRB RPF Constable -17/01/2019 (Shift-I)

Ans : (d) दो अंको की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या = 97
 दो अंको की सबसे छोटी अभाज्य संख्या = 11
 अभीष्ट संख्या = $97 - 11 = 86$

20. निम्न संख्याओं में से संयुक्त संख्या कौन सी नहीं है?
 (a) 209 (b) 203
 (c) 161 (d) 109

RRB ALP & Tec. (14-08-18 Shift-I)

Ans : (d) वह संख्या जो पूर्ण संख्याओं का गुणा करके बनाई जाती है वह संयुक्त संख्या कहलाती है।

अतः $209 = 11 \times 19$

$203 = 7 \times 29$

$161 = 7 \times 23$

लेकिन 109 को गुणनखण्डों के रूप में (1 को छोड़कर) नहीं लिखा जा सकता है। अतः 109 संयुक्त संख्या नहीं है।

21. 200 से कम सबसे बड़ी अभाज्य संख्या कौन सी है?

- (a) 199 (b) 193
(c) 197 (d) 191

RRB NTPC 21.01.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (a) 200 से कम सबसे बड़ी संख्या अभाज्य संख्या 199 है।

22. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या अभाज्य है?

- (a) 323 (b) 571
(c) 513 (d) 715

RRB NTPC 02.03.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (b) : 571 एक अभाज्य संख्या है। जबकि 323, 17 से, 513, 3 से तथा 715, 5 से भाज्य है।

23. तीन अंकों की छोटी से छोटी अभाज्य संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 107 (b) 109
(c) 103 (d) 101

RRB NTPC 23.07.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (d) : तीन अंकों की छोटी से छोटी अभाज्य संख्या = 101

24. निम्नलिखित में से किस युग्म की संख्याएं सहअभाज्य हैं?

- (a) 28, 81 (b) 12, 27
(c) 21, 56 (d) 36, 20

RRB NTPC 23.07.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (a) : सह-अभाज्य संख्याएं ऐसी संख्याएं होती हैं जिनका म.स. 1 होता है।

दिये गये विकल्पों में विकल्प (a) में दी गयी संख्यायें 28, 81 सह अभाज्य है।

25. यदि प्रत्येक पैकेट में समान संख्या में पेंसिलें मौजूद है और 12 पैकेटों में कुल 96 पेंसिलें मौजूद है, तो 304 पेंसिलों की आवश्यकता होने पर कितने पैकेट खरीदने होंगे ?

- (a) 39 (b) 38
(c) 33 (d) 36

RRB NTPC (Stage-2) 16/06/2022 (Shift-II)

Ans. (b) : 12 पैकेटों में मौजूद पेंसिल = 96

1 पैकेट में मौजूद पेंसिल = $\frac{96}{12} = 8$ पेंसिल

304 पेंसिलों की आवश्यकता होने पर पैकेटों की संख्या

= $\frac{304}{8} = 38$ पैकेट

26. रामकृष्ण, एक संख्या P के $\frac{3}{4}$ से, एक अन्य संख्या Q

का $\frac{2}{3}$ घटाता है, और उसे अंतर के रूप में $\frac{5}{8}$ प्राप्त होता है। यदि वह P के नौ गुने से Q का आठ गुना घटाता है, तो रामकृष्ण को कितना उत्तर प्राप्त होगा?

- (a) $\frac{15}{2}$ (b) $\frac{25}{4}$
(c) $\frac{20}{3}$ (d) $\frac{25}{3}$

RRB NTPC (Stage-2) 12/06/2022 (Shift-II)

Ans. (a) : प्रश्नानुसार,

$$P \times \frac{3}{4} - Q \times \frac{2}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3P}{4} - \frac{2Q}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{9P - 8Q}{12} = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow 9P - 8Q = \left(\frac{5}{8}\right) \times 12$$

$$\Rightarrow 9P - 8Q = \frac{60}{8}$$

$$\therefore 9P - 8Q = \frac{15}{2}$$

27. 80 विद्यार्थियों वाली कक्षा में कक्षा का $\frac{1}{10}$ भाग

चॉकलेट D को पसंद करता है, और कक्षा का $\frac{1}{20}$ भाग चॉकलेट E को पसंद करता है। चॉकलेट D को पसंद करने वाले छात्रों की संख्या और चॉकलेट E को पसंद करने वाले छात्रों की संख्या का अंतर कितना है?

- (a) 2 (b) 9
(c) 5 (d) 4

RRB NTPC (Stage-2) 17/06/2022 (Shift-I)

Ans. (d) : चाकलेट-D को पसंद करने वाले छात्र = $80 \times \frac{1}{10}$

= 8

चाकलेट- E को पसंद करने वाले छात्र = $80 \times \frac{1}{20}$

= 4

चाकलेट-D तथा चाकलेट- E को पसंद करने वाले छात्रों में अंतर = 8-4

= 4

28. सुनीता ने खेल की शुरुआत में मौजूद कंचों में से $\frac{3}{5}$

कंचे जीते। रवि ने शेष कंचों में से $\frac{2}{3}$ कंचे जीते,

जबकि सनी ने शेष 60 कंचे जीते। सुनीता ने कितने कंचे जीते?

- (a) 255 (b) 240
(c) 285 (d) 270

RRB NTPC (Stage-2) 12/06/2022 (Shift-I)

Ans. (d) : माना मौजूद कंचो की संख्या = x

सुनीता ने जीते = $\frac{3x}{5}$ कंचे

शेष कंचो की संख्या = $x - \frac{3x}{5} = \frac{2x}{5}$

रवि ने जीते = $\frac{2x}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4x}{15}$ कंचे

शेष कंचो की संख्या = $x - \frac{3x}{5} - \frac{4x}{15} = \frac{2x}{15}$

प्रश्नानुसार,

$$\therefore \frac{2x}{15} = 60 \Rightarrow x = 30 \times 15 = 450$$

अतः सुनीता ने जीते = $450 \times \frac{3}{5} = 270$ कंचे

29. दो संख्याओं का अंतर 18 है। यदि उनके वर्गों का अंतर 360 हो, तो उनमें से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 18 (b) 15
(c) 19 (d) 16

RRB GROUP-D – 29/09/2022 (Shift-I)

Ans. (c) : माना दोनों संख्याओं में छोटी संख्या = y

तथा बड़ी संख्या = x

प्रश्नानुसार,

$$x - y = 18 \text{ ————— (i)}$$

$$x^2 - y^2 = 360$$

$$(x + y)(x - y) = 360$$

$$(x + y)18 = 360$$

$$x + y = 20 \text{ ————— (ii)}$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर -

$$x + y = 20$$

$$\underline{x - y = 18}$$

$$2x = 38$$

$$x = 19$$

अतः बड़ी संख्या = 19 तथा छोटी संख्या = 1

30. एक 91 सेमी. लंबे तार को इस प्रकार दो टुकड़ों में काटा जाता है कि एक टुकड़े की लंबाई दूसरे की लंबाई के तीन चौथाई के बराबर हो। छोटे टुकड़े की लंबाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 36.23 m (b) 39 cm
(c) 42.17 cm (d) 38 cm

RRB Group-D 22/08/2022 (Shift-I)

Ans. (b) : माना दूसरे टुकड़े की लंबाई = x cm

पहले टुकड़े की लंबाई = $x \times \frac{3}{4} = \frac{3x}{4}$

प्रश्नानुसार,

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} + x = 91$$

$$\Rightarrow 7x = 91 \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{91 \times 4}{7}$$

दूसरा टुकड़ा (x) = 52 cm

पहला टुकड़ा की ल. = $32 \times \frac{3}{4} = 39$ cm

अतः छोटे टुकड़े की लंबाई = 39 cm

31. एक 3 अंकों वाली संख्या इस प्रकार है कि इसके इकाई के अंक, दहाई के अंक और सैकड़े के अंक का अनुपात 1 : 2 : 3 है। इस संख्या और इसके अंकों के क्रम को उलटने पर प्राप्त संख्या (reversed number) का योगफल 1332 है। संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 246 (b) 414
(c) 123 (d) 369

RRB Group-D 26/08/2022 (Shift-III)

Ans. (d) : माना 3 अंको वाली संख्या = $100x + 10 \times 2x + 3x$
= $100x + 20x + 3x$
= $123x$

अंको को उलटने पर बनी नई संख्या = $100 \times 3x + 10 \times 2x + x$
= $300x + 20x + x$
= $321x$

प्रश्नानुसार, $321x + 123x = 1332$

$$444x = 1332$$

$$x = 3$$

अतः संख्या = $100 \times 3 + 10 \times 2 \times 3 + 3 \times 3$
= $300 + 60 + 9 = 396$

32. एक व्यक्ति अपने बगीचे में 21,025 आम के पेड़ इस प्रकार लगाता है, कि पंक्तियों की संख्या, प्रत्येक पंक्ति में पेड़ों की संख्या के बराबर है। पंक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 135 (b) 125
(c) 145 (d) 130

RRB Group-D 30/08/2022 (Shift-II)

Ans. (c) : प्रश्नानुसार,

21,025 का वर्गमूल करने पर-

	145
1	21025
+1	1
24	110
+4	96
285	1425
5	1425
	xxxxx

अतः बगीचे में पंक्तियों की संख्या = 145

33. नीचे दी गई संख्याओं में से किसका वर्गमूल एक परिमेय संख्या है?

- (a) 144 (b) 136
(c) 128 (d) 120

RRB Group-D – 01/12/2018 (Shift-II)

Ans : (a)

$$\sqrt{144} = 12$$

$$\sqrt{136} = 11.66$$

$$\sqrt{128} = 11.31$$

$$\sqrt{120} = 10.95$$

अतः संख्या 144 का वर्गमूल 12 एक परिमेय संख्या है।

34. $1/(2+\sqrt{3})$ को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त कीजिए।

- (a) $5-2\sqrt{3}/12$ (b) $(2-\sqrt{3})/1$
(c) $(5-2\sqrt{3})/13$ (d) $5+2\sqrt{3}/13$

RRB Group-D – 08/10/2018 (Shift-I)

Ans. (b) : $\frac{1}{(2+\sqrt{3})}$ का परिमेयीकरण करने पर

$$= \frac{1 \times (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{(2-\sqrt{3})}{(4-3)} = \frac{(2-\sqrt{3})}{1}$$

35. $0.2\bar{3}$ एक _____ है।

- (a) अपरिमेय संख्या (b) परिमेय संख्या
(c) अभाज्य संख्या (d) भाज्य संख्या

RRB NTPC 20.01.2021 (Shift-I) Stage Ist

Ans. (b) : माना $y = 0.2\bar{3} \dots (i)$

समी. (i) में 100 से गुणा करने पर,

$$100y = 23.2\bar{3} \dots (ii)$$

समी. (ii) से समी. (i) को घटाने पर,

$$99y = 23$$

$$y = \frac{23}{99} \text{ (परिमेय संख्या)}$$

36. $(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2$ एक _____ है।

- (a) प्राकृत संख्या (b) पूर्ण संख्या
(c) अपरिमेय संख्या (d) परिमेय संख्या

RRB NTPC 20.01.2021 (Shift-I) Stage Ist

Ans. (c) :

$$(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 = 3 + 11 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{11}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 = 14 + 2\sqrt{33}$$

अतः $(\sqrt{3} + \sqrt{11})^2$ एक अपरिमेय संख्या है।

37. $\sqrt{2}$ और $\sqrt{3}$ का गुणनफल _____ होता है।

- (a) कभी-कभी परिमेय संख्या और कभी-कभी अपरिमेय संख्या
(b) 4 के बराबर
(c) परिमेय संख्या
(d) अपरिमेय संख्या

RRB NTPC 20.01.2021 (Shift-I) Stage Ist

Ans. (d) : प्रश्न से,

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \text{ (अपरिमेय संख्या)}$$

Note : अपरिमेय संख्या- अपरिमेय संख्याएँ वे संख्याएँ हैं जिन्हें

हम $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त नहीं कर सकते हैं।

जैसे- $\sqrt{2}, \sqrt{7}, \sqrt{5}$ आदि

38. 5 और 7 के बीच आने वाली परिमेय संख्याओं की संख्या कितनी है?

- (a) 2 (b) 0
(c) अनंत (d) 1

RRB NTPC 19.01.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (c) : नोट:- किसी भी दो पूर्णाकों के बीच में परिमेय संख्याओं की संख्या अनन्त होती है।

अतः 5 और 7 के बीच आने वाली परिमेय संख्याओं की संख्या अनन्त होगी।

39. $3+2\sqrt{5}$ एक _____ है।

- (a) परिमेय संख्या (b) अपरिमेय संख्या
(c) सम्मिश्र संख्या (d) प्राकृत संख्या

RRB NTPC 07.01.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (b) : अपरिमेय संख्या : - वे संख्याएँ जिन्हें हम p/q के रूप में व्यक्त नहीं कर सकते अर्थात् ऐसी संख्याएँ जो परिमेय नहीं हैं, वह अपरिमेय हैं।

उदाहरण - $\sqrt{2}, \sqrt{3} \dots$

अतः $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

40. $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ के मध्य की एक परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{3}{8}$

RRB NTPC 31.01.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (d)

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$$

$$= \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

अतः $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{2}$ के मध्य परिमेय संख्या $\frac{3}{8}$ होगी।

41. एक धनात्मक पूर्णांक को 4050 से गुणा करने पर यह संख्या पूर्ण वर्ग बन जाती है। इस संख्या का वर्ग मूल ज्ञात कीजिए।

- (a) 95 (b) 80
(c) 90 (d) 85

RRB Group-D – 01/10/2018 (Shift-III)

Ans : (c) $\therefore 4050 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
 \therefore संख्या 4050 में 2 से गुणा करने पर संख्या पूर्ण वर्ग संख्या होगी = $4050 \times 2 = 8100$
 \therefore संख्या 8100 का वर्गमूल = $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

42. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या एक पूर्ण वर्ग है?

- (a) 0.09 (b) 8.1
(c) 0.025 (d) All

RRB NTPC 29.03.2016 Shift : 2

Ans : (a) $0.09 = (0.3)^2$
 अतः केवल 0.09 पूर्ण वर्ग संख्या है।

43. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए, जिसे 1780 में जोड़ने पर प्राप्त योग पूर्ण वर्ग हो।

- (a) 46 (b) 49
(c) 69 (d) 72

RRB JE - 27/05/2019 (Shift-II)

Ans : (c) संख्या 1780 में 69 जोड़ने पर संख्या 1849 होगी जोकि एक पूर्ण वर्ग संख्या है।
 जो इस प्रकार है—
 $1780 + 69 = 1849$
 $1849 = 43 \times 43$
 $(43)^2 = 1849$

44. सबसे छोटा पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिसका घन स्वयं के बराबर है।

- (a) -1 (b) 2
(c) 1 (d) 0

RRB JE - 22/05/2019 (Shift-I)

Ans : (a) -1 तथा 1 ऐसे पूर्णांक हैं जिनका घन स्वयं के बराबर होता है।
 अतः सबसे छोटा पूर्णांक = -1
 $\therefore (-1)^3 = -1$

45. यदि किसी संख्या के घन को $(153)^2$ से घटाया जाता है, तो इस प्रकार प्राप्त संख्या 1457 है। संख्या का पता लगाएँ।

- (a) 18 (b) 16 (c) 28 (d) 24

RRB JE - 24/05/2019 (Shift-I)

Ans : (c) माना संख्या = x
 प्रश्नानुसार,
 $(153)^2 - x^3 = 1457$
 $x^3 = (153)^2 - 1457$
 $x^3 = 23409 - 1457$
 $x^3 = 21952$
 $\therefore x = \sqrt[3]{21952} = \sqrt[3]{28 \times 28 \times 28} = 28$

46. एक धनात्मक पूर्णांक का पांच गुना इसके वर्ग के दोगुने से 3 कम है। पूर्णांक ज्ञात कीजिए।

- (a) 3 (b) 8 (c) 2 (d) 5

RRB RPF Constable -19/01/2019 (Shift-I)

Ans : (a) माना x धनात्मक पूर्णांक है।

प्रश्नानुसार-

$$5x = 2x^2 - 3$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 6x + x - 3 = 0$$

$$2x(x-3) + 1(x-3) = 0$$

$$(x-3)(2x+1) = 0$$

$$x-3 = 0 \quad 2x+1 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{या} \quad x = -\frac{1}{2} \text{ (अमान्य)}$$

47. इनमें से कौन सी वर्ग संख्या को दो अभाज्य संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है?

- (a) 81 (b) 49 (c) 121 (d) 144

RRB JE - 30/05/2019 (Shift-II)

Ans : (c) $\sqrt{81} = 9 = 2 + 7$

$$\sqrt{49} = 7 = 2 + 5$$

$$\sqrt{121} = 11 = 2 + 9, 3 + 8, 5 + 6, 7 + 4$$

$$\sqrt{144} = 12 = 5 + 7$$

अतः विकल्प (c) की वर्ग संख्या को दो अभाज्य संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है।

48. किसी संख्या के वर्ग के तीन गुने से संख्या के 4 गुने को घटाने पर प्राप्त संख्या उस संख्या से 50 अधिक है। संख्या ज्ञात करें।

- (a) 5 (b) 4 (c) 6 (d) 10

RRB JE - 28/05/2019 (Shift-II)

Ans : (a) माना संख्या = x

प्रश्नानुसार,

$$3x^2 - x \times 4 = x + 50$$

$$3x^2 - 4x - x - 50 = 0$$

$$3x^2 - 5x - 50 = 0$$

$$3x^2 - 15x + 10x - 50 = 0$$

$$3x(x-5) + 10(x-5) = 0$$

$$(x-5)(3x+10) = 0$$

$$x-5 = 0$$

$$x = 5$$

49. $9^6 \times 12^4 \times 7^7$ के अभाज्य गुणनखंडों का योग ज्ञात कीजिए।

- (a) 13 (b) 12 (c) 14 (d) 11

RRB Group-D 26/08/2022 (Shift-III)

Ans. (b) : $9^6 \times 12^4 \times 7^7$
 $= 3^{12} \times 3^4 \times 2^8 \times 7^7$
 $= 3^{16} \times 2^8 \times 7^7$
 अभाज्य गुणनखंडों का योग = $3+2+7 = 12$

50. किसी भी प्राकृत संख्या h के लिए, $6^n - 5^n$ के परिणाम का अंतिम अंक हमेशा क्या होता है?

- (a) 7 (b) 1 (c) 5 (d) 3

RRB NTPC 28.12.2020 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (b) : किसी भी प्राकृत संख्या n के लिए $6^n - 5^n$ के परिणाम का अंतिम अंक 1 होगा क्योंकि 6 का घात में कोई भी प्राकृत संख्या हो उसका इकाई अंक 6 होता है वैसे ही 5 के घात में कोई भी प्राकृत संख्या हो उसका इकाई अंक 5 होता है और दोनों का अंतर $(6-5) = 1$ होता है। जैसे- $6^2 - 5^2 = 36 - 35 = 11$ यहाँ इकाई का अंत 1 है।

51. 120 के विषम और सम भाजकों की कुल संख्या क्रमशः कितनी है?

- (a) 12,4 (b) 16,0 (c) 4,12 (d) 8,8

RRB NTPC 01.02.2021 (Shift-II) Stage I

Ans. (c) : 120 के विभाजक -
1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24
30, 40, 60, 120
सम संख्या - 12, विषम 4

52. यदि 2 के पाँच क्रमागत गुणजों का योग 660 है, तो उनमें से सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 162 (b) 130 (c) 125 (d) 136

RRB NTPC 15.02.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (d) : माना 2 के पाँच क्रमागत गुणज -
 $2x, 2x+2, 2x+4, 2x+6, 2x+8$
प्रश्नानुसार-
 $2x + 2x + 2 + 2x + 4 + 2x + 6 + 2x + 8 = 660$
 $10x + 20 = 660$
 $10x = 640$
 $x = 64$
अतः सबसे बड़ी संख्या = $2 \times 64 + 8$
 $= 128 + 8$
 $= 136$

53. $2^7 \times 3^4 \times 5^3 \times 7$ के कितने गुणखंड, सम हैं?

- (a) 40 (b) 280 (c) 320 (d) 84

RRB NTPC 14.03.2021 (Shift-I) Stage I

RRB NTPC 31.01.2021 (Shift-I) Stage Ist

Ans. (b) : $2^7 \times 3^4 \times 5^3 \times 7$ गुणखंडों की संख्या
 $= (7+1)(4+1)(3+1)(1+1)$
 $= 8 \times 5 \times 4 \times 2 = 320$
 \therefore सम गुणखंडों की संख्या = 320 - कुल विषम गुणखंडों की संख्या
 $= 320 - \{(4+1)(3+1)(1+1)\}$
 $= 320 - \{5 \times 4 \times 2\} = 320 - 40$
 $= 280$

54. $124^n + 124^{(n+1)}$, के मान में इकाई के स्थान पर आने वाला अंक ज्ञात कीजिए, जहाँ n एक पूर्ण संख्या है।

- (a) 4 (b) 8
(c) 2 (d) 0

RRB NTPC 17.02.2021 (Shift-II) Stage I

Ans. (d) :
 $124^n + 124^{(n+1)}$
 $n = 1$ रखने पर

$$= 124 + (124)^2$$

$$= 124 + 15376 = 15500$$

अतः स्पष्ट है कि इकाई के स्थान पर आने वाला अंक 0 होगा।

55. निम्नलिखित के गुणनफल में इकाई का अंक ज्ञात कीजिए:

$$91 \times 92 \times 93 \times \dots \times 99$$

- (a) 2 (b) 1
(c) 4 (d) 0

RRB NTPC 09.02.2021 (Shift-II) Stage I

Ans. (d) :
 $\therefore 91 \times 92 \times 93 \times 94 \times 95 \times 96 \times 97 \times 98 \times 99$
 \therefore यहाँ स्पष्ट है कि इन सभी संख्याओं के इकाई अंक लेकर गुणा करने पर '0' अर्थात् 2×5 जहाँ आये तो उसका इकाई अंक सदैव शून्य ही होता है।

56. 4200 के गुणखंडों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 48 (b) 56
(c) 64 (d) 46

RRB NTPC 26.07.2021 (Shift-II) Stage Ist

Ans. (a) : $4200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7$
 $= 2^3 \times 5^2 \times 3^1 \times 7^1$
गुणखंडों की संख्या $= (3+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$
 $= 4 \times 3 \times 2 \times 2$
 $= 48$

57. 145.390 में 4 का अंकित मान क्या है?

- (a) 40,000 (b) 4
(c) 140,000 (d) 45

RRB NTPC 04.04.2016 Shift : 2

Ans : (b)
145.390
→ अंकित मान = 4

58. 229301 में 9 के स्थानीय मान तथा अंकित मान का अंतर ज्ञात करें।

- (a) 9292 (b) 8991
(c) 0 (d) 220

RRB NTPC 03.04.2016 Shift : 2

Ans : (b)
संख्या 229301 में 9 का स्थानीय मान = $9 \times 1000 = 9000$
तथा 9 का अंकित मान = 9
अतः स्थानीय मान तथा अंकित मान का अंतर = $9000 - 9$
 $= 8991$

59. संख्या 273965 में 3 के स्थानीय मान और अंकित मान में अन्तर कितना है?

- (a) 2035 (b) 3962
(c) 2997 (d) 0

RRB ALP & Tec. (31-08-18 Shift-II)

Ans. (c) : संख्या 273965 में
3 का स्थानीय मान = $3 \times 1000 = 3000$
तथा अंकित मान = 3
अभीष्ट अन्तर = $3000 - 3 = 2997$